

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬОТНА АКАДЕМІЯ
НАЦІОНАЛЬНОГО АВІАЦІЙНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
Кафедра інформаційних технологій та авіаційних робототехнічних систем

Суркова К.В.

Конспект лекцій
з навчальної дисципліни

Основи теорії прийняття рішень

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня магістра
спеціальності 272 «Авіаційний транспорт»
ОПП «Льотна експлуатація повітряних суден»



Кропивницький 2024

УДК 629.7:519.8

Рецензенти:

О.Г. Данилко - доцент кафедри інформаційних технологій та авіаційних робототехнічних систем, кандидат педагогічних наук, доцент

А.М. Невиніцин - доцент кафедри аеронавігації, метеорології та обслуговування повітряного руху, кандидат технічних наук, доцент

С90

Суркова К.В.

Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Основи теорії прийняття рішень». 2-ге вид., переробл. і допов. Кропивницький: ЛА НАУ, 2024. 85 с.

В конспекті лекцій міститься систематизоване викладання матеріалу з дисципліни «Основи теорії прийняття рішень» відповідно до робочої програми, викладений лекційний матеріал сприятиме більш успішному вивченню дисципліни. Конспект лекцій містить перелік тем лекцій, кількість годин, передбачених на вивчення кожної теми, плани лекцій, тексти лекцій, ключові поняття та списки рекомендованих джерел інформації. Надані питання для самоперевірки кожної теми дисципліни. Навчальне видання призначається для здобувачів другого освітнього рівня спеціальності 272 «Авіаційний транспорт» за освітньо-професійною програмою: «Льотна експлуатація повітряних суден». Кількість годин відведених на лекційні заняття відповідає робочій програмі з навчальної дисципліни.

Розглянуто та рекомендовано для видання і використання у освітньому процесі академії рішенням: кафедри інформаційних технологій та авіаційних робототехнічних систем, протокол № 2 від 02.09.2024,
НМР академії, протокол № 2 від 08.10.2024.

© Суркова К.В., 2024

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Тема 1 Загальна характеристика прийняття рішень. Методи прийняття рішень.....	5
Тема 2 Метод лінійного програмування в теорії прийняття рішень.....	14
Тема 3 Транспортна задача лінійного програмування.....	23
Тема 4 Мережеве планування і управління. Динамічне програмування.....	32
Тема 5 Прийняття рішень в умовах ризику.....	46
Тема 6 Прийняття рішень в умовах невизначеності.....	53
Тема 7 Експертні методи прийняття рішень.....	60
Тема 8 Елементи теорії ігор. Прийняття рішень в умовах конфлікту. Колективні рішення в невеликій групі.....	69
Список рекомендованих джерел інформації.....	84
Інформаційні ресурси.....	85

ВСТУП

Конспект лекцій для здобувачів вищої освіти є основним засобом ознайомлення з навчальними матеріалом для активного, цілеспрямованого здобуття нових знань без особистої участі в аудиторній роботі. Опрацювання лекційного матеріалу передбачає роботу з теоретичним матеріалом, виокремлення основних положень та їх засвоєння, використовуючи при цьому не тільки лекційний матеріал, а й запропоновані джерела інформації. Знання теоретичного матеріалу є запорукою його використання при виконанні тестових та практичних завдань.

Метою викладання навчальної дисципліни «Основи теорії прийняття рішень» є формування знань закономірностей прийняття рішень в різних умовах, методів і моделей пошуку рішень та навичок їх практичної реалізації у науковій та професійній діяльності з використанням комп'ютерних засобів.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Основи теорії прийняття рішень» є надання майбутнім магістрам методологічних основ прийняття рішень в складних системах керування та практики використання методів і моделей прийняття рішень в умовах повної визначеності інформації, ризику, невизначеності, конфлікту.

В результаті засвоєння навчального матеріалу дисципліни здобувачі повинні:

Знати: основні поняття і визначення теорії прийняття рішень; етапи процесу прийняття рішень; умови прийняття рішень авіаційними операторами; основні класи задач теорії прийняття рішень; основні методи теорії прийняття рішень; психологічні аспекти поведінки людини-оператора при прийнятті рішення.

Вміти: формалізувати задачу прийняття рішень; правильно обирати метод розв'язання задачі прийняття рішень; застосувати методи математичного програмування до прийняття рішень в умовах повної визначеності професійної інформації; приймати рішення в умовах невизначеності на основі суджень експертів; використовувати методи прийняття рішень в умовах ризику; використовувати класичні критерії прийняття рішення в умовах невизначеності; моделювати та розв'язувати конфліктні ситуації методами теорії ігор; використовувати раціональну стратегію переходу від індивідуальних переваг до переваг групи.

Перелік тем лекцій з робочої програми та кількість годин

Назва теми	Години
Тема 1. Загальна характеристика прийняття рішень. Методи прийняття рішень	2
Тема 2. Метод лінійного програмування в теорії прийняття рішень	2
Тема 3. Транспортна задача лінійного програмування	2
Тема 4. Мережеве планування і управління. Динамічне програмування	2
Тема 5. Прийняття рішень в умовах ризику	2
Тема 6. Прийняття рішень в умовах невизначеності	2
Тема 7. Експертні методи прийняття рішень	2
Тема 8. Елементи теорії ігор. Прийняття рішень в умовах конфлікту. Колективні рішення в невеликій групі	2

Тема 1. Загальна характеристика прийняття рішень. Методи прийняття рішень

ПЛАН

- 1.1 Проблеми прийняття рішень в цивільній авіації.
- 1.2 Роль людського фактора в авіаційно-транспортній системі.
- 1.3 Основні поняття і визначення теорії прийняття рішень.
- 1.4 Етапи прийняття рішень. Основні процедури процесу формування рішень.
- 1.5 Модель проблемної ситуації. Характеристика людини, яка приймає рішення.
- 1.6 Класифікація задач прийняття рішень. Складність. Динаміка. Умови прийняття рішень.
- 1.7 Методи прийняття рішень.
- 1.8 Методи математичного програмування в теорії прийняття рішень. Класифікація задач математичного програмування.

1.1 Проблеми прийняття рішень в цивільній авіації

Авіаційно-транспортна система (АТС) є складною людино-машинною системою, це сукупність елементів (суб'єктів) системи, що діють і взаємодіють для задоволення потреб суспільства в авіаційних роботах та перевезеннях. Суб'єктами АТС є повітряні судна (ПС) з їх екіпажами, авіакомпанії, аеродроми і аеропорти, організації з технічного обслуговування ПС, обслуговування повітряного руху (ОПР), Державіаслужба, органи з розслідування авіаційних подій, інцидентів та нагляду за безпекою польотів (БП) тощо. АТС призначена для ефективного, регулярного та безпечного виконання польотів. Виконання цих вимог при різній інтенсивності і щільності польотів, несприятливих погодних умовах, можливих відмовах засобів аеронавігації та впливу людського фактора (ЛФ), є складною задачею, рішенням якої займаються вчені і фахівці впродовж всієї історії авіації.

Статистичні дані про авіаційні події (АП) за останні десятиліття вказують на домінуючу роль впливу людського фактора на загальну кількість АП, близько 80%.

При прийнятті рішень необхідно вирішити ту чи іншу проблему. Всі існуючі проблеми поділяють на три класи:

- 1) добре структуровані або кількісно сформульовані проблеми, в яких отримують чисельні оцінки;
- 2) неструктуровані або якісно виражені проблеми, в яких кількісні залежності між ознаками і характеристиками зовсім невідомі;
- 3) слабо структуровані або змішані проблеми, які містять як кількісні, так і якісні елементи, причому останні мають тенденцію до домінування.

Основні труднощі, пов'язані з інформацією, що виникає при формуванні складних рішень, можна поділити на такі групи:

1. Вхідна інформація часто буває недостатньо достовірною.
2. Деяка частина інформації має якісний характер і не піддається кількісній оцінці. Але, оскільки така інформація впливає на результати рішень, її не можна не враховувати.
3. У процесі підготовки рішень часто виникають ситуації, коли в принципі необхідну інформацію отримати можна, проте в момент прийняття рішення вона відсутня, оскільки це пов'язано з великими витратами часу або коштів.
4. Існує велика група чинників, які можуть вплинути на реалізацію рішення в майбутньому, але їх не можна точно передбачити.
5. Однією з проблем при виборі рішень є те, що будь-яка наукова або технічна ідея містить в собі потенційну можливість різних схем її реалізації, а будь-яка професійна дія може призводити до численних наслідків. Проблема вибору найкращого варіанту рішення може виникнути і тому, що зазвичай існують обмеження в ресурсах, а, отже, прийняття одного варіанта завжди пов'язане з відмовою від інших рішень.
6. При виборі найкращого рішення нерідко зустрічаються з багатозначністю

узагальненого критерію, на основі якого можна зробити порівняння можливих наслідків. Багатозначність, багатомірність і якісна відмінність показників є серйозною перешкодою для отримання узагальненої оцінки відносної ефективності, важливості, цінності або корисності кожного з можливих рішень.

У зв'язку з цим одна з головних особливостей вирішення складних проблем полягає в тому, що застосування математичних розрахунків тут завжди переплітається з використанням суджень фахівців. Ці судження дозволяють хоча б частково компенсувати недолік інформації, повніше використовувати індивідуальний і колективний досвід, врахувати припущення фахівців про майбутні стани об'єктів.

1.2 Роль людського фактора в авіаційно-транспортній системі.

Ергатична система - людино-машинна система, що має в своєму контурі людину-оператора (Л-О) (авіаційна ергатична система - АЕС).

Структуру АТС можна представити у вигляді сукупності АЕС, що виконують різні функції: екіпаж-ПС, диспетчер - ПС, бортінженер - ПС, брифінг-співробітник авіакомпанії-ЕПС.

Професійну діяльність ЛО в цілеспрямованій складній ергатичній системі управління «ЕПС - ПС - середовище - служба ОПР» можна розглядати як безперервний ланцюг рішень. Одне невірне рішення провокує підвищену ймовірність неправильного наступного. І чим більше зростає ланцюг помилкових рішень, тим менше ймовірність задовільного завершення польоту.

З огляду на значимість ЛФ і процесів ПР міжнародна організація цивільної авіації ІКАО включила в кваліфікаційні вимоги авіафахівців необхідність вміння «приймати правильні рішення» Додаток 1. Видача свідоцтв авіаційного персоналу. ІКАО, 2011 рік.

1.3 Основні поняття і визначення теорії прийняття рішень.

Прийняття рішення - це цілеспрямований вибір з безлічі стратегій формування послідовності дій, шляхом перетворення вхідної інформації, коли ситуація невизначена.

Теорія прийняття рішень - недостатньо чітка назва математичного апарату, використовуваного в цій сфері. Її головне завдання: визначення кращого варіанту серед кількох можливих (альтернатив).

Об'єктом дослідження теорії прийняття рішень є ситуація прийняття рішень, тобто проблемна ситуація.

Предметом дослідження теорії прийняття рішень є загальні закономірності вироблення рішень у проблемних ситуаціях, а також закономірності, властиві процесу моделювання основних компонентів проблемної ситуації.

Основне призначення теорії прийняття рішень: розробка для практики науково-обґрунтованих рекомендацій з організації і технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів.

Альтернатива - це напрями можливої діяльності в момент прийняття рішення. Множина альтернатив - сукупність всіх можливих напрямів діяльності.

Критерій вибору - умова, що дозволяє з множини альтернатив вибрати альтернативи, які в найкращій мірі відповідають заданій меті.

Особа/людина, яка приймає рішення (ЛПР) – це людина (або група осіб), які володіють правами вибору рішення і несуть відповідальність за його наслідки.

1.4 Етапи прийняття рішень. Основні процедури процесу формування рішень.

Процес прийняття рішень включає наступні етапи:

1. Виявлення та визначення проблеми.
2. Пошук інформації і альтернатив рішення.
3. Вибір серед альтернатив.
4. Реалізація рішення.

Основні процедури процесу формування рішень (дії оператора):

Відділення корисної інформації від перешкод. Виявлення істотних ознак об'єкта за інформацією.

Аналіз і узагальнення інформації, порівняння програмних і поточних параметрів об'єкта управління.

Формування проблемної ситуації. Побудова моделей ситуації, їх порівняння з еталонними. Формування програми дій.

Формування прийнятого рішення в машинному коді. Маніпуляція органами управління, передача команд, інформації і т.п.

1.5 Модель проблемної ситуації. Характеристика людини, яка приймає рішення.

Постановка задачі прийняття рішення

Задача прийняття рішення (ЗПР) полягає у формуванні безлічі можливих варіантів, що забезпечують вирішення проблемної ситуації при існуючих обмеженнях, і виділення серед цих варіантів одного кращого або декількох кращих варіантів, що задовольняють пропонованим до них вимогам. Формально задачу прийняття рішення D можна записати в наступному узагальненому вигляді:

$$D = \langle F, A, X, G, P \rangle \quad (1.1)$$

F - формулювання задачі прийняття рішення, яка включає в себе змістовний опис існуючої проблеми і при необхідності її модельне уявлення, визначення мети або цілей, які повинні бути досягнуті, а також вимоги до виду остаточного результату.

A - сукупність можливих варіантів (альтернатив), з яких проводиться вибір. Це можуть бути реально існуючі варіанти, в якості яких в залежності від контексту задачі виступають об'єкти, кандидати, способи досягнення мети, дії, рішення і т.п., або гіпотетична множина всіх теоретично можливих варіантів, яка може бути навіть нескінченною. Вибір виникає тільки тоді, коли є не менше двох можливих варіантів вирішення проблеми.

X - сукупність ознак (атрибутів, параметрів), що описують варіанти і їх відмінні риси. В якості ознак виступають, по-перше, об'єктивні показники, які характеризують ті чи інші властивості, властиві варіантам, і які, як правило, можна виміряти; по-друге, суб'єктивні оцінки, які зазвичай даються по спеціально відібраним або сконструйованим критеріям, що відображає важливі для учасників вибору риси варіантів. Наприклад, технічний стан ПС - стан, який характеризується в певний момент часу, за певних умов зовнішнього середовища значеннями параметрів, установлених технічною документацією на ПС.

G - сукупність умов, що обмежують область допустимих варіантів вирішення задачі. Обмеження можуть бути описані як змістовним чином, так і задані у вигляді деяких формальних вимог до варіантів і / або їх ознаками. Наприклад, це можуть бути обмеження на значення будь-якої ознаки або різна ступінь характерності (виразності) ознаки для тих чи інших варіантів, або неможливість одночасного поєднання певних значень ознак для реально існуючих варіантів. Відсутність обмежень істотно спрощує задачу прийняття рішення.

P - переваги однієї або декількох людей, що приймають рішення (ЛПР), які служать основою для оцінки і порівняння можливих варіантів вирішення проблеми, відбору допустимих варіантів і пошуку найкращого або прийнятного варіанту. Досить часто для спрощення постановки задачі прийняття рішення частина інформації, яка описує переваги ЛПР, перетворюється в обмеження.

Фактори, що характеризують проблемну ситуацію, умовно діляться на дві групи: керовані і некеровані. Керовані фактори, вибір яких залежить від ЛПР, це суть поставлені цілі, варіанти (альтернативи) їх досягнення, суб'єктивні оцінки варіантів і ступеня досягнення цілей.

Некеровані фактори не залежать від ЛПР. Вони визначають об'єктивні ознаки

варіантів і частково встановлюють обмеження на вибір можливих варіантів.

Фактори поділяються також:

- на певні, чи детерміновані, з відомими і / або заздалегідь заданими точними характеристиками;
- імовірнісні, або стохастичні, з відомими і / або заздалегідь заданими випадковими характеристиками;
- невизначені, або невідомі, з нечітко визначеними та / або невідомими характеристиками, але іноді з відомою областю зміни їх значень.

Модель проблемної ситуації (ПС) відображає взаємозв'язок основних елементів процесу ПР і послідовність формування окремих задач. Модель у вигляді системи (кортежу).

$$ПС = \langle U, F, H, G, Y, \Psi, W, K, P, \Theta \rangle \quad (1.2)$$

U - множина стратегій ЛПР;

F - множина значень певних і невизначених факторів;

H - модель, тобто відображення, яке ставить у відповідність множинам стратегій U і факторів F множину результатів Y (G);

G - множина наслідків операції;

Y - вектор характеристик (ознак) наслідків $g \in G$, тобто численний вираз результатів операції;

Ψ - оператор відповідності «результат - показник»;

W - показник ефективності;

K - критерій ефективності;

P - модель пріоритетів ЛПР на елементах множини D;

D = {U, F, G, Y, W, K};

Θ - інша інформація про ПС.

Таблиця 1.1 - Характеристика людини, яка приймає рішення (людини-оператора)

Тип операторської діяльності	Основні завдання оператора
Спостерігач	Виявлення, впізнання і прийом інформації з оповіщенням про її надходження
Диспетчер	Прийняття рішення на основі переробки інформації, що надійшла і передача її виконавцю
Виконавець (Безпосередній оператор)	Керуючий вплив на об'єкт управління, пов'язаний з його налаштуванням, регулюванням і контролем

1.6 Класифікація задач прийняття рішень. Складність. Динаміка. Умови прийняття рішень.

Класифікація задач прийняття рішень по Р. Говарду

Вісь складності (1-2):

1 - прості (однокритеріальні);

2 - багатокритеріальні (методи зведення задач в однокритеріальні за допомогою вагових коефіцієнтів).

Вісь динаміки (1-6):

1 – одноетапні (статичні);

6 - багатоетапні (динамічні) (ДП).

Вісь невизначеності (1-4):

1 - детерміновані (ЛП);

4 - ЗПР в умовах невизначеності (невідомий закон розподілу ймовірностей)

ЗПР полягає в розробці плану дій щодо вирішення проблемної ситуації. В основу

класифікації ЗПР можуть бути покладені різні системи ознак.

ЗПР є частиною зовнішнього середовища, в якій працює Л-О, таке середовище діяльності характеризується наступними ознаками: невизначеність, динаміка, складність.

Невизначеність - в середовищі діяльності відбуваються події, які неможливо передбачити з повною визначеністю.

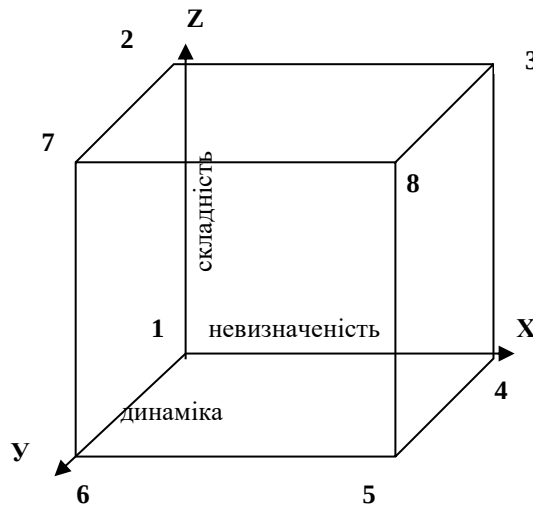


Рисунок 1.1 – Класифікація задач прийняття рішень по Р. Говарду

Динаміка - з плином часу зовнішнє середовище піддається модифікації і змінам.

Складність - зовнішнє середовище характеризується відповідним ступенем складності.

Динаміка

1. Статичні (одноетапні) ЗПР, тобто елементи таких задач не залежать від функції часу, математична модель представляється нескладними, алгебраїчними рівняннями.

Приклади: теорія математичного програмування, експертні процедури, теорія ігор.

2. Динамічні ЗПР значно складніші, ніж статичні, так як деякі з їх елементів залежать від функції часу, що описують поведінку динамічних об'єктів, що беруть участь в процесі. Динамічним ЗПР притаманні дві особливості:

- в якості критерію оптимальності в динамічних ЗПР виступає не функція, як в статичних ЗПР, а функціонал, який залежить від функції часу;

- до складу обмежень зазвичай входять, диференційовані зв'язки, які описані диференціальними рівняннями.

Математична модель представляється диференціальними рівняннями.

Приклади: теорія випадкових процесів, теорія диференціальних ігор, теорія багатокритеріальних задач

Складність

Під складністю ЗПР зазвичай розуміють кількість цілей управління і відповідних їм критеріїв ефективності (або оптимальності).

1 - прості (одноцільові, однокритеріальні, тобто 1 критерій ефективності макс. прибуток або мін. витрати палива); одноцільові, або однокритеріальні (скалярні, - вершини - 1,4,5,6)

2 - багатокритеріальні, багатоцільові (векторні, - вершини 2,3,7,8) ЗПР.

Коли ефективність будь-якої складної задачі не може бути оцінена одним критерієм, одні критерії можуть прагнути до максимуму, інші до мінімуму, то бажано зведення багатокритеріальної задачі в однокритеріальну, що можна зробити, наприклад, за допомогою вагових коефіцієнтів з використанням суджень експертів.

Відбувається створення узагальненого критерію ефективності, рівного:

$$W = \alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2 + \alpha_3 W_3 + \dots \quad (1.3)$$

α_i - вагові коефіцієнти

$$\alpha_i = \frac{C_i}{\sum_{j=1}^n C_j}, \quad C_i = 1 - \frac{R_{ij} - 1}{n}, \quad \text{де } C_i - \text{проміжний коефіцієнт, } R_{ij} - \text{ранги експертів}$$

Невизначеність

Практика ПР характеризується сукупністю умов і обставин (ситуацій), які створюють ті чи інші відносини, обстановку, становище в системі ПР. З огляду на кількісні та якісні характеристики інформації, що знаходиться в розпорядженні ЛПР, можна виділити рішення, що приймаються в умовах:

- *визначеності* (достовірності) - детерміновані ЗПР.

Якщо є множина можливих дій (рішень) і якщо по кожному з них відомо, що воно призводить до деякого конкретного результату, то прийнято говорити, що вибір здійснюється в умовах визначеності.

У таких «детермінованих» ситуаціях передбачається, що всі елементи, що впливають на майбутні результати, мають цілком певне значення (яке відоме або може бути встановлено) і задача полягає в перерахунку можливих рішень і виборі одного (або кількох) з тих, які дають максимум або мінімум деякого показника ефективності

- *невизначеності* (ненадійності)

Будь-яке прийняте рішення може призвести до одного з багатьох можливих наслідків, ймовірність появи яких невідома.

Невизначеність є невід'ємною частиною процесу прийняття рішень. Їх прийнято розділяти на три класи:

- а) невизначеності, пов'язані з неповнотою знань про проблему, через яку приймається рішення;
- б) невизначеність, пов'язана з неможливістю точного врахування реакції навколишнього середовища на наші дії;
- в) невизначеність, пов'язана з неточним розумінням цілей людиною, яка приймає рішення.

- *ризик* (ймовірнісної визначеності) - стохастичні ЗПР.

Якщо кожна дія приводить до одного з множини можливих результатів, причому кожен результат має відому ймовірність появи. Передбачається, що ЛПР ці ймовірності заздалегідь відомі.

Ризик - це можлива небезпека, дія навмання, що вимагає, з одного боку, сміливості в надії на щасливий результат, з іншого - врахування математичного обґрунтування ступеня ризику.

1.7 Методи прийняття рішень

Залежно від умов, в яких приймаються рішення, методи їх обґрунтування діляться на три групи:

- 1) методи, що застосовуються в умовах повної визначеності інформації про ситуацію прийняття рішення. До них відносяться аналітичні методи і методи математичного програмування;
- 2) методи, що використовуються в умовах ймовірнісної визначеності інформації про ситуацію прийняття рішення (серед них ті ж методи математичного програмування та статистичні методи);
- 3) методи, що застосовуються в умовах невизначеності інформації про ситуацію прийняття рішення, серед яких розрізняють переважно теоретико-ігрові методи.

Основними є такі класи методів ПР:

- методи лінійного і динамічного програмування (прийняття рішення про оптимальний розподіл ресурсів);

- методи теорії масового обслуговування (прийняття рішення в системі з випадковим характером надходження і обслуговування заявок на ресурси);
- методи імітаційного моделювання (прийняття рішення шляхом програвання різних ситуацій, аналізу відгуків системи на різні набори задаваних ресурсів);
- методи теорії ігор (прийняття рішень за допомогою визначення стратегії в тих чи інших змагальних задачах);
- методи теорії розкладів (прийняття рішень за допомогою розробки календарних розкладів виконання робіт і використання ресурсів);
- методи мережевого планування і управління (прийняття рішень за допомогою оцінки та перерозподілу ресурсів при виконанні проектів, зображуваних мережевими графіками);
- методи багатокритеріальної (векторної) оптимізації (прийняття рішень за умови існування багатьох критеріїв оптимальності рішення)
- методи експертних оцінок (прийняття рішень в умовах невизначеності за допомогою суджень експертів)
- і інші методи.

1.8 Методи математичного програмування в теорії прийняття рішень. Класифікація задач математичного програмування.

Задачі пошуку значень параметрів, що забезпечують екстремум функції (min / max) при наявності обмежень, накладених на аргументи, носять загальну назву задач математичного програмування (МП).

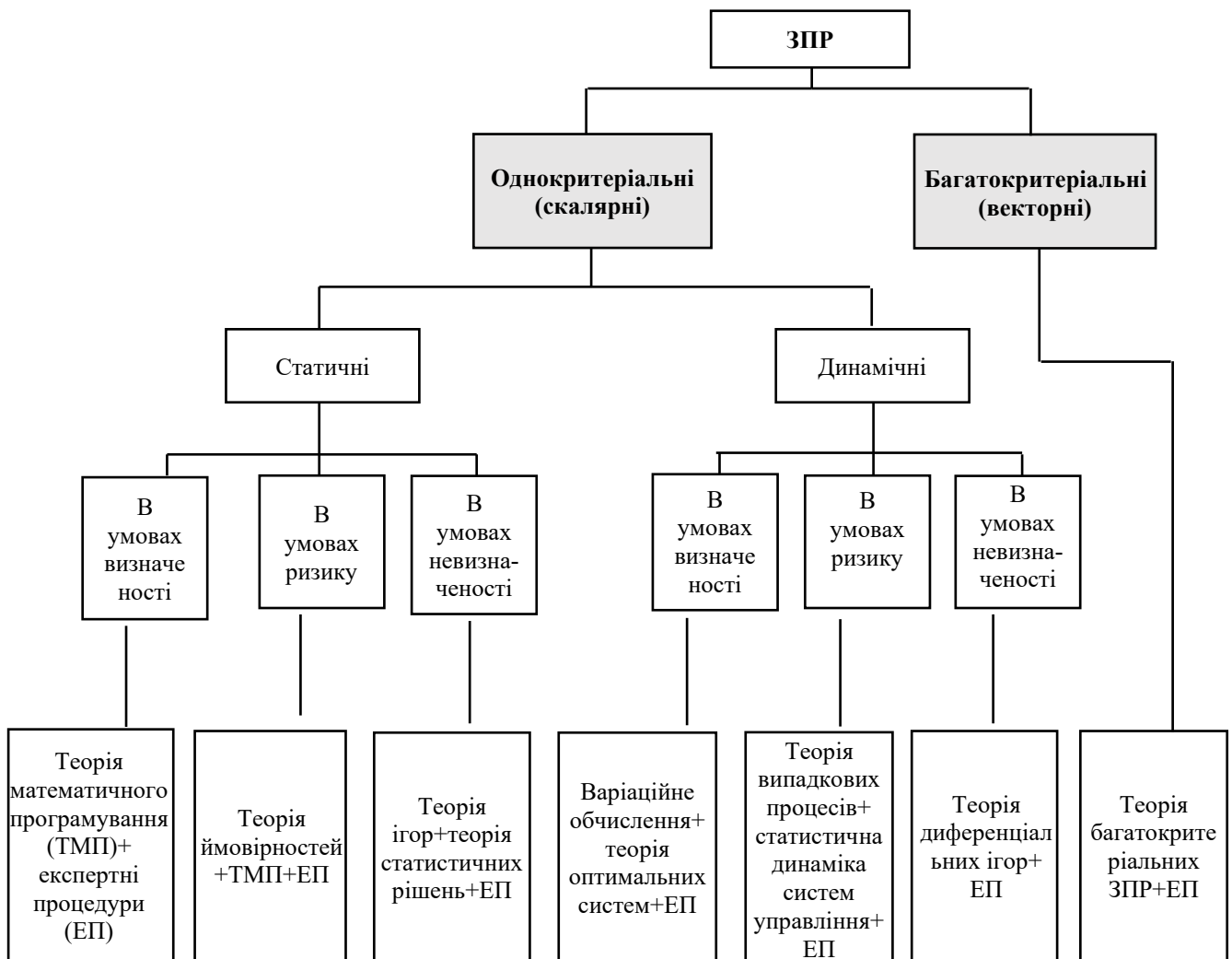


Рисунок 1.2 - Класифікація методів рішення задач ПР

Слово «програмування» запозичене з зарубіжної літератури і просто означає планування. Математична модель задачі МП:

$$\begin{cases} L = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \rightarrow \text{ext} & (1.4) \\ g_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = (\leq, \geq) b_j, j = 1, m; i = 1, n & (1.5) \\ x_i \geq 0 & (1.6) \end{cases}$$

Знайти екстремум цільової функції (мінімум / максимум)

(1.4) L - критерій ефективності, цільова функція

(1.5) - система обмежень

(1.6) - умова невід'ємності змінних.

Модель (1.4 – 1.6) використовується для пошуку точних або наближених оптимальних значень, тобто оптимуму цільової функції L

Труднощі, що виникають при вирішенні задач МП залежать від:

- 1) виду функціональної залежності;
- 2) від розмірності задачі, тобто кількості елементів системи $X_j, j = 1, n$;
- 3) від виду та кількості обмежень, накладених на елементи рішення.

Задачі МП часто зустрічаються на практиці: при розподілі ресурсів, плануванні роботи підприємств та галузей, організації роботи транспорту, тобто при управлінні складними системами.



Рисунок 1.3 – Класифікація задач математичного програмування

Класифікація задач математичного програмування:

* Якщо критерій ефективності L в (1.4) являє собою лінійну функцію, а функції g_i в системі обмежень (1.5) також лінійні, то така задача є задачею лінійного програмування (ЗЛП).

* Якщо, виходячи з змістовного сенсу ЗЛП, її рішення мають бути цілими числами (6), то це задача цілочисельного програмування.

* Якщо критерій ефективності (1.4) і (або) система обмежень (1.5) задаються нелінійними функціями, то це задача нелінійного програмування.

* Зокрема, якщо зазначені функції мають властивості випуклості, то це задача випуклого програмування. У свою чергу серед задач випуклого програмування виділяють найбільш прості задачі квадратичного програмування, в яких цільова функція являє собою поліном другого ступеня (квадратичну форму) щодо змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$ (1.4), а область допустимих значень рішень задається лінійними обмеженнями.

* Якщо в задачі є змінна часу і критерій ефективності (4) виражається не в явному вигляді як функція змінних, а через рівняння, що описують протікання операцій в часі, то це задача динамічного програмування

* Якщо функції f (1.4) і / або g_i (1.5) залежать від параметрів, то виходить задача параметричного програмування.

* Якщо ці функції носять випадковий, точніше імовірнісний, характер, то це задача стохастичного програмування

* Якщо точний оптимум знайти алгоритмічним шляхом неможливо через надмірно велику кількість варіантів рішень, вдаються до методів евристичного програмування, які дозволяють істотно скоротити число варіантів і отримати, якщо не оптимальне, то цілком задовільне з точки зору практики, рішення.

Розділи МП, які будемо розглядати:

1. Лінійне програмування
2. Динамічне програмування
3. Мережеве планування
4. Теорія ігор

Основні категорії та поняття. Альтернатива, критерій вибору, ергатична система, умови прийняття рішень, модель проблемної ситуації, задача прийняття рішення, методи прийняття рішень, задача математичного програмування.

Питання для самоперевірки:

1. Класифікація проблем при ПР.
2. Охарактеризуйте модель проблемної ситуації.
3. Дайте визначення загальної задачі прийняття рішень.
4. Надайте характеристику задачі прийняття рішень в умовах визначеності, невизначеності і ризику.
5. Основні процедури процесу формування рішень (дії оператора).
6. Наведіть власний приклад формулювання мети і засобів її досягнення.
7. Назвіть фактори, що впливають на прийняття рішень.
8. Надайте характеристику ЛПР.
9. Особистісні чинники, що впливають на прийняття рішень.
10. Поняття «ризик» в прийнятті рішень. Класифікація факторів невизначеності.
11. Типи задач прийняття рішень.
12. Назвіть етапи прийняття рішень.
13. Визначення проблеми і постановка задачі прийняття рішення.
14. Назвіть методи ПР.
15. Загальна характеристика моделі математичного програмування.
16. Як можна перетворити багатокритеріальну задачу в однокритеріальну.

Тема 2. Метод лінійного програмування в теорії прийняття рішень

ПЛАН

- 2.1 Постановка задачі лінійного програмування. Типові задачі лінійного програмування.
- 2.2 Методи вирішення задач лінійного програмування.
- 2.3 Формулювання основної задачі лінійного програмування. Опорний і оптимальний плани задачі лінійного програмування.
- 2.4 Геометрична інтерпретація і графічний спосіб вирішення задач лінійного програмування.
- 2.5 MS EXCEL в рішенні задач лінійного програмування.

2.1 Постановка задачі лінійного програмування. Типові задачі лінійного програмування

Математичне програмування (МП) розглядає аналітичні методи вирішення багатьох задач, в основному економічних. Найбільш вивченим розділом математичного програмування є лінійне програмування. Для задач розділу МП характерно те, що показник ефективності (цільова функція) L лінійно залежить від елементів рішення - змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$ і обмеження мають вигляд лінійних рівностей або нерівностей відносно змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Якщо функція L залежить лінійно від змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, а обмеження, що накладаються на значення $x_1, x_2, \dots, x_n$, мають вигляд лінійних рівностей або нерівностей, виникає задача лінійного програмування (ЛП), яка вирішується стандартними методами:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \text{ext (min/max)} \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i = (\leq, \geq) b_j, j = 1, m; i = 1, n \\ x_i \geq 0 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

(2.2)

Задача лінійного програмування - це вибір з множини допустимих планів найбільш вигідного (оптимального).

Кожна задача лінійного програмування включає в себе цільову функцію, систему обмежень і допустимий (оптимальний) план, умови і ін.

Цільова функція - це функція, що зв'язує мету (змінну, що оптимізуються) з керованими змінними в задачі оптимізації (2.1).

У широкому сенсі цільова функція є математичний вираз деякого критерію якості одного об'єкта (рішення, процесу і т.д.) в порівнянні з іншим. Мета - знайти такі оцінки, при яких цільова функція досягає максимуму (мінімуму).

Система обмежень - це сукупність обмежень, яким цільова функція повинна задовольняти в ході всього виконання задачі. Систему обмежень накладають безпосередньо при створенні самої задачі лінійного програмування (2.2).

Сутність лінійного програмування полягає в знаходженні точок найбільшого або найменшого значення деякої функції при певному наборі обмежень, що накладаються на аргументи і утворюють систему обмежень, яка має, як правило, множину рішень.

Кожна сукупність значень змінних, які задовольняють системі обмежень, називається допустимим планом задачі лінійного програмування.

Такі задачі часто зустрічаються на практиці, наприклад, при вирішенні проблем, пов'язаних з розподілом ресурсів, плануванням виробництва, організацією роботи транспорту, так як у багатьох задачах практики «доходи» і «витрати» лінійно залежать від кількості закуплених або утилізованих коштів (наприклад, сумарна вартість партії товарів лінійно залежить від кількості закуплених одиниць; оплата авіаційних перевезень

провадиться пропорційно масам вантажів, що перевозяться і т.д.).

Наведемо кілька прикладів задач лінійного програмування:

1. Задача про раціон харчування.
2. Задача про розподіл ресурсів.
3. Задача про плануванні виробництва.
4. Задача про завантаження обладнання (розкрій матеріалу).
5. Задача про постачання сировини.
6. Задача про змінно-добове планування роботи підприємства.
7. Задача про призначення.

2.2 Методи вирішення задач лінійного програмування: аналітичний (симплекс-метод) і графічний методи.

Знаходження оптимального рішення серед множини допустимих рішень системи обмежень у задачі ЛП будь-якого виду потребує розгляду *основних теорем лінійного програмування*.

Теорема 1. Множина всіх допустимих рішень системи обмежень задачі лінійного програмування є випуклою.

Множина рішень задачі ЛП визначається сукупністю лінійних обмежень, тому така множина геометрично є випуклим багатогранником або необмеженою багатогранною областю, за винятком тих випадків, коли система обмежень несутісна.

Теорема 2. Якщо існує, і до того ж єдине, оптимальне рішення задачі лінійного програмування, воно збігається з однією з кутових точок множини допустимих рішень.

Ця теорема дозволяє зробити висновок, що пошуки оптимального рішення можна обмежити перебором кінцевого числа кутових точок. Однак для відшукування кутових точок потрібна побудова області рішень системи обмежень. Ця побудова можлива лише для двовимірної області простору, а в загальному випадку задача залишається нерозв'язною. Отже, потрібно мати якийсь аналітичний метод, що дозволяє знаходити координати кутових точок. Для цього знадобляться дві теореми.

Теорема 3. Кожному допустимому базовому вирішенню задачі лінійного програмування відповідає кутова точка області допустимих рішень системи обмежень.

Теорема 4. Кожній кутовій точці множини допустимих рішень системи обмежень відповідає допустиме базове рішення.

Наслідок. Якщо існує, і до того ж єдине, оптимальне рішення задачі лінійного програмування, воно збігається з однією з допустимих базисних рішень системи обмежень.

Справедливість цього твердження впливає з теорем 2 та 4.

Розглянемо деякі із задач лінійного програмування і методи їх вирішення.

Етапи побудови моделі ЗЛП:

1. Ідентифікація змінних.
2. Визначення обмежень
3. Визначення цільової функції

Графічний метод істотно наочніше і зазвичай простіше для розуміння і вирішення (хоча займає багато часу, так як вимагає ретельного побудови графіків). Також цей метод дозволяє практично одночасно знайти рішення на мінімум і максимум, тоді як симплекс-методом доведеться робити «два підходи».

Симплекс-метод практично не має обмежень на задачі (скільки завгодно змінних, різні знаки і т.п.) і модифікується в залежності від типу задачі (наприклад, М-метод або метод штучного базису).

2.3 Формулювання основної задачі лінійного програмування. Опорний і оптимальний плани задачі лінійного програмування

Нехай x_1 і x_2 - деякі змінні. Потрібно знайти такі невід'ємні значення цих змінних, які задовольняли б системі рівнянь:

Допустимою множиною рішень задачі ЛП називають множину всіх точок, які відповідають обмеженням задачі.

Для задач ЛП з 2-ма керованими змінними допустимою множиною рішень найчастіше є випуклий багатогранник.

Пошук рішення задачі ЛП полягає в знаходженні такої точки допустимої множини рішень, в якій цільова функція досягає екстремального значення.

Алгоритм графічного методу включає наступні кроки:

1. Будують множину допустимих рішень, яке визначається обмеженнями задачі ЛП.
2. Знаходять градієнт (max, min) цільової функції. В силу лінійності цільової функції градієнт буде однаковим для всіх точок.

3. Проводять лінію рівня функції, перпендикулярну градієнту.

4. Пересувають лінію рівня паралельно самій собі в напрямку градієнта, якщо шукають максимум функції і в напрямку антиградієнта, якщо шукають мінімум функції до тих пір, поки вона не вийде на межу допустимої множини рішень.

5. Класифікують точки дотику:

а) якщо лінія рівня цільової функції торкається допустимої множини рішень в одній точці, то ця точка є точкою оптимуму;

б) якщо лінія рівня цільової функції збігається з однією з граней допустимої множини рішень, то множина точок цієї межі є множиною оптимальних рішень задачі;

в) якщо лінія рівня цільової функції не виходить на межу допустимої множини рішень, скільки б її не пересували, то задача не має рішення.

Основні кроки щодо вирішення ЗЛП графічним методом наступні:

- побудувати область допустимих рішень (ОДР) задачі (випуклий багатокутник), який визначається як перетин півплощин, відповідних нерівностей задачі,

- побудувати лінію рівня цільової функції,

- рухати лінію рівня в потрібному напрямку, поки не досягається крайня точка області - оптимальної точки (або множини). При цьому можна знайти єдине оптимальне рішення (точку), множину (відрізок) або жодного (область порожня або не обмежена в потрібному напрямку).

Приклад ОДР по нерівностям задачі: оскільки в задачі тільки дві змінні, а умови для них записані у вигляді нерівностей першого ступеня, можна розглянути геометричну інтерпретацію задачі в площині координат $X_1 X_2$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 28 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + x_2 \leq 24 \end{cases}$$

Умови, що накладаються на змінні $X_1 X_2$ означають, що область допустимих значень $X_1 X_2$ для кожної умови лежить в заштрихованій півплощині (рис.2.1).

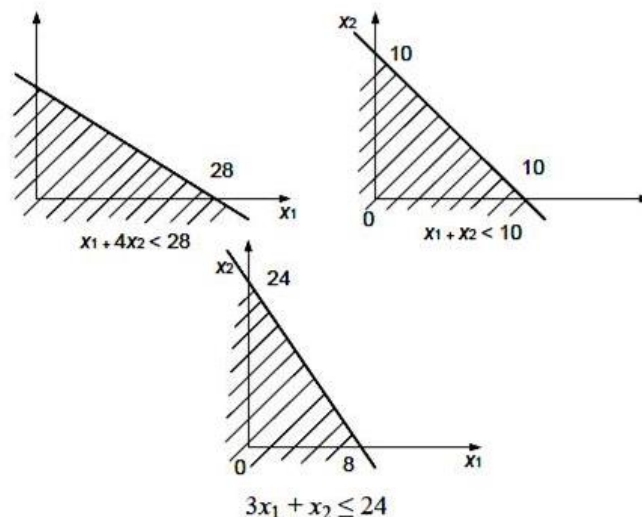


Рисунок 2.1 - Приклад побудови ОДР

З теорії і практики вирішення систем лінійних нерівностей відомо, що множину всіх варіантів розв'язання системи, тобто множину пар чисел x_1 та x_2 , що задовольняють системі, становить багатокутник цієї системи. Припустимо, що це п'ятикутник ABCDE (рис. 2.2).

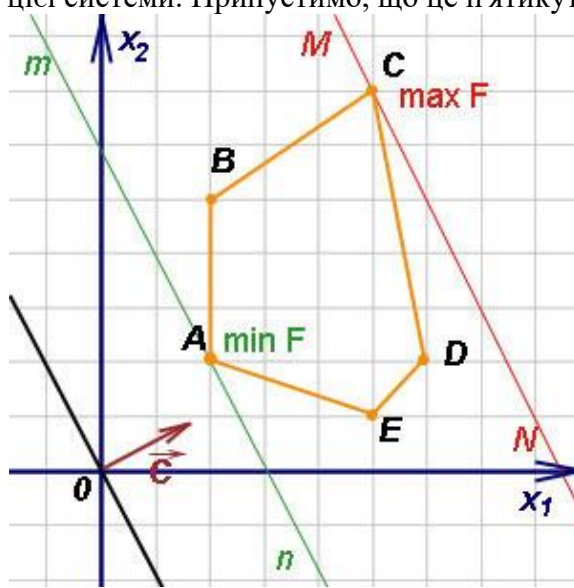


Рисунок 2.2 - Приклад множини всіх варіантів розв'язання системи

З основних теорем лінійного програмування відомо, що лінійна форма досягає максимального і мінімального значень в крайніх точках багатогранника рішень. Це означає, що опорні прямі mn і MN характеризують екстремальні значення лінійної форми (цільова функція), тобто в точках A і C лінійна форма досягає оптимальних значень. У точці A , що знаходиться ближче до початку координат, цільова функція досягає мінімального значення, а в точці C , що знаходиться далі від початку координат, - максимального значення.

При вирішенні задач ЛП графічним способом можуть виникати такі ситуації:

1. Цільова функція приймає екстремальне (мінімальне або максимальне) значення в єдиній точці A .

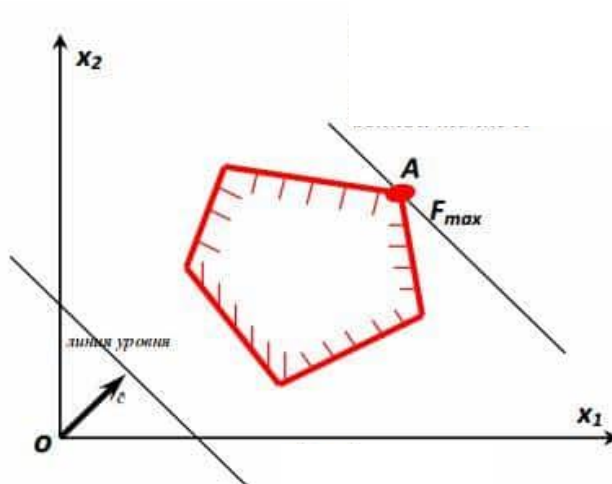


Рисунок 2.3 - Рішення в єдиній точці A

2. Цільова функція приймає екстремальне значення в будь-якій точці відрізка АВ.

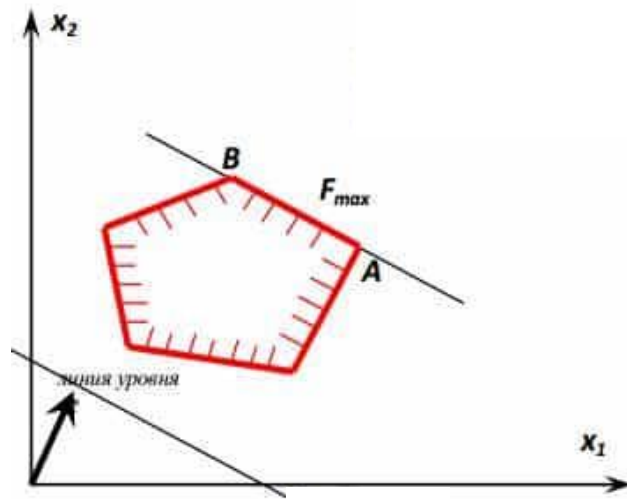


Рисунок 2.4 - Рішення - точки відрізка АВ

3. Цільова функція не обмежена зверху (при пошуку на максимум) або знизу (на мінімум)

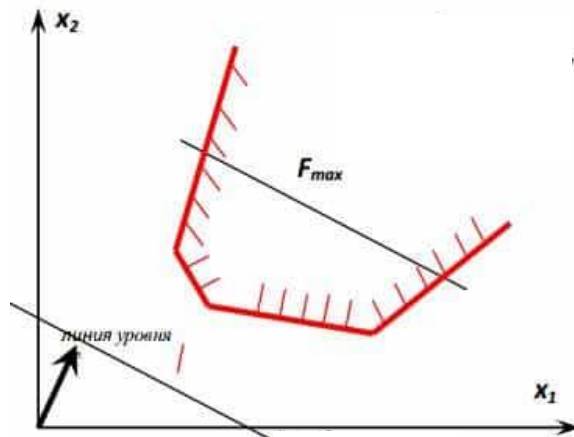


Рисунок 2.5 - Цільова функція не обмежена зверху (при пошуку на максимум)

4. Система обмежень задачі несумісна

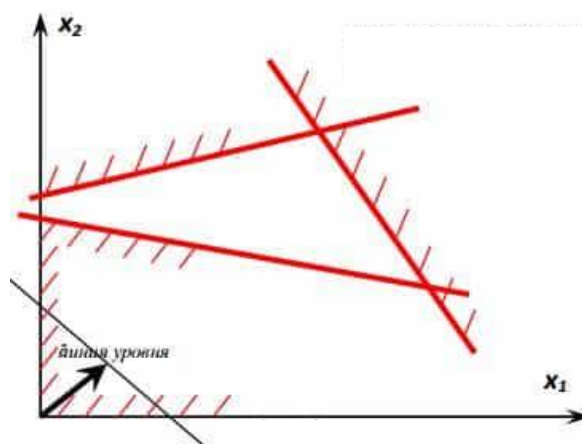


Рисунок 2.6 - Відсутність області допустимих рішень

Задача про рекламу. Авіакомпанія має можливість рекламувати свою діяльність, використовуючи радіо (R) -, телебачення (TV). Вихідні дані задачі наведені в таблиці. Вартість 1 хв. R - 1 тис. у.о. за 1 хв., вартість TV - 1,5 тис. у.о. за 1 хв. Досвід показав, що кожна хвилина реклами на R приносить прибуток - 2,5 тис. у.о., реклами на TV - 3 тис. у.о. Максимальний обсяг рекламування на радіо (R) -, телебаченні (TV) - 25 хв. / День. На рекламу виділено 30 тис. у.о. Визначити, яка кількість хвилин на радіо (R) -, телебаченні (TV) замовити, щоб отримати максимальний прибуток.

	Реклама на		Обмеження
	R	TV	
Кількість хвилин	1	1	≤ 25
вартість 1 хв, тис. у.о.	1	1,5	≤ 30
Прибуток, тис. у.о.	2,5	3	

Рішення:

Знаходження математичної моделі задачі

1. Ідентифікація змінних.

Позначимо x_1 і x_2 - кількість хвилин на радіо (R) -, телебаченні (TV), яке потрібно замовити

2. Визначення обмежень

Повинні задовольнятися наступні обмеження:

- на обсяг мовлення: $x_1 + x_2 \leq 25$

- на грошові кошти: $x_1 + 1,5x_2 \leq 30$

1. Визначення цільової функції

Прибуток від реклами повинен бути максимальним:

$$2,5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

Математична постановка задачі має вигляд:

$$L = 2,5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 25 \\ x_1 + 1,5x_2 \leq 30 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 + 1,5x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

В загальному вигляді:

$$L = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Графічне рішення задачі

Перетворимо цільову функцію і систему нерівностей у відповідні рівності для побудови графіків функцій. Побудуємо графіки, відповідні рівності, за даними таблиці 2.

$$L = 2,5x_1 + 3x_2 = 15$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 25 \\ x_1 + 1,5x_2 = 30 \end{cases}$$

Рівність	Змінні		Позначення прямої на рис. 2.7
	x_1	x_2	
$x_1 + x_2 = 25$	0	25	(1)
	25	0	
$x_1 + 1,5x_2 = 30$	0	20	(2)
	30	0	
$L = 2,5x_1 + 3x_2 = 15^*$	0	5	(3)
	6	0	

*Прим. Цільова функція прирівнюється до будь-якого значення зручного для розрахунків

та побудови (в нашому випадку до 15)

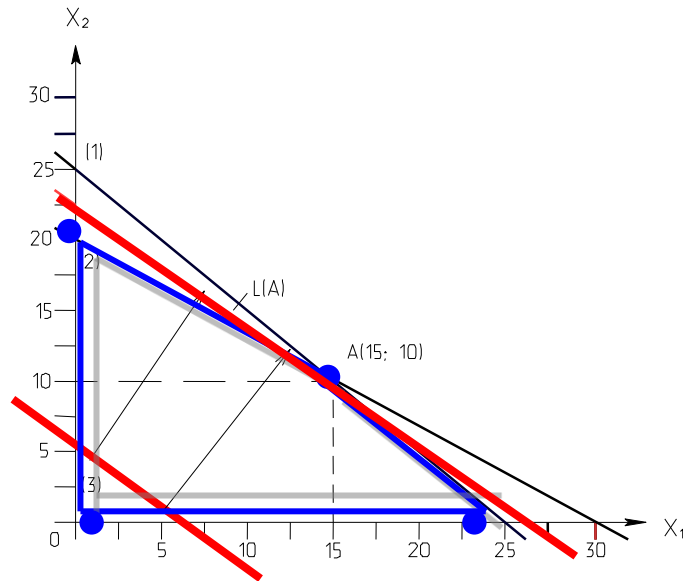


Рисунок 2.7 - Графічна інтерпретація задачі про рекламу

Переміщаючи подумки $L = 15$ в напрямку зростання функції L , $L \rightarrow \max$, (рис.7.), зауважимо, що максимальне значення в області допустимих значень (ОДЗ), обмеженою нерівностями, функція L прийме в одній з точок: A , $B(25; 0)$ або $C(0; 20)$. Визначимо значення цільової функції L в цих точках і виберемо з них максимальне значення:

$$L(B) = 2,5 \cdot 25 + 3 \cdot 0 = 62,5$$

$$L(C) = 2,5 \cdot 0 + 3 \cdot 20 = 60$$

Координати точки A (рисунок 2.7) визначимо, вирішивши систему рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 25 \\ x_1 + 1,5x_2 = 30 \\ 0,5x_2 = 5 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

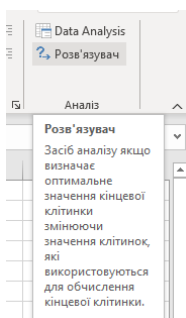
$$x_1 = 25 - 10 = 15$$

$$L(A) = 2,5 \cdot 15 + 3 \cdot 10 = 67,5$$

Максимальне значення цільової функції $L = 67,5$ знаходиться в точці $A(15; 10)$.
Відповідь: оптимальна кількість хвилин на радіо (R), телебаченні (TV), яке потрібно замовити- 15 хв, 10 хв. відповідно. При цьому максимальний прибуток від реклами складе 67,5 тис. у.о. в день.

2.5 MS EXCEL в рішенні задач лінійного програмування

Робота з даними в Excel надає можливість повноцінного аналізу даних. Для розв'язання задач з декількома невідомими, що впливають на результат, використовується надбудова Excel «Пошук розв'язування».



Дана надбудова дозволяє:

- вказувати декілька клітинок, що змінюються;
- вказувати обмеження на значення клітинок змінних;
- знаходити рішення, при якому значення цільової функції: певної клітинки робочого аркушу, буде досягати екстремального значення (максимуму або мінімуму);
- отримувати декілька рішень задачі.

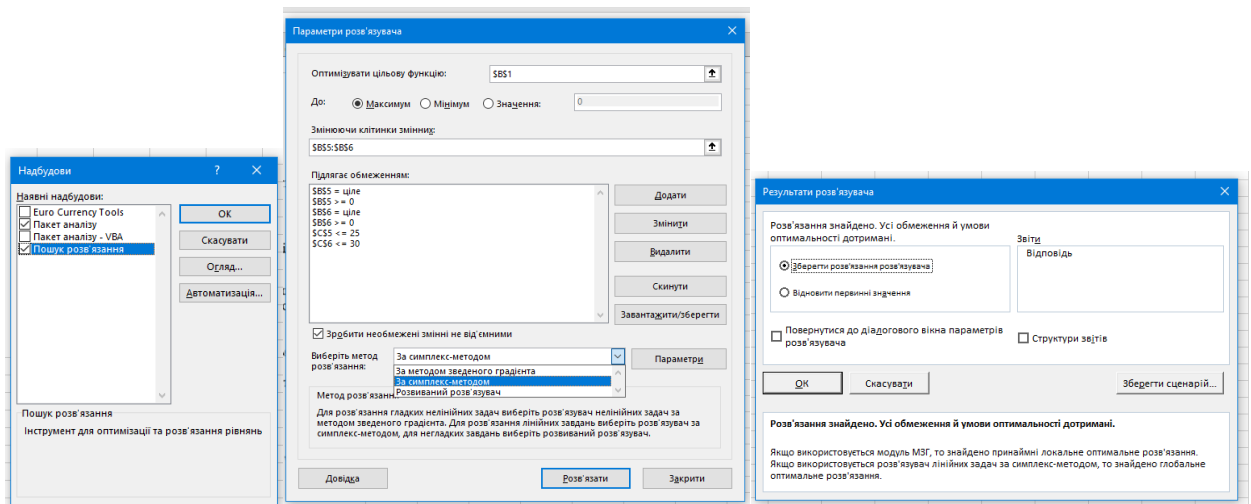


Рисунок 2.8 – Вікна MS EXCEL при рішенні задач лінійного програмування

Послідовність рішення ЗЛП засобами MS EXCEL передбачає виконання таких узагальнених завдань: створення математичної моделі задачі, створення електронної форми задачі, введення вхідних даних в створену форму, введення залежностей із математичної моделі задачі: для цільової функції, для лівих частин обмежень; виконання функції «Найти рішення»; отримання результату. Більш детально використання MS EXCEL при рішенні ЗЛП буде розглянуто на практичному занятті.

Основні категорії та поняття. Задача лінійного програмування, цільова функція, симплекс-метод, основна задача лінійного програмування, графічний спосіб вирішення задач лінійного програмування.

Питання для самоперевірки:

1. Надайте характеристику цільової функції в ЛП.
2. Схарактеризуйте математичну модель задачі ЛП.
3. Назвіть типові задачі лінійного програмування.
4. Назвіть етапи побудови моделі ЗЛП.
5. Охарактеризуйте методи вирішення задач лінійного програмування.
6. Формулювання основної задачі лінійного програмування.
7. Наведіть приклади зведення задач ЛП до основної ЗЛП.
8. Опорний і оптимальний плани задачі лінійного програмування.
9. Схарактеризуйте графічний спосіб розв'язання задач ЛП.
10. Назвіть алгоритм графічного методу розв'язання ЗЛП.
11. Які основні кроки по вирішенню ЗЛП графічним методом?
12. Як побудувати область допустимих рішень ЗЛП?
13. Які ситуації можуть виникати при вирішенні задач ЛП графічним способом?
14. Поясніть термін «лінійне програмування».
15. Аналіз результатів рішення задач ЛП.

Тема 3. Транспортна задача лінійного програмування

ПЛАН

3.1 Транспортна задача як окремий клас лінійного програмування. Типові задачі транспортного виду.

3.2 Модель транспортної задачі.

3.3 Методи вирішення транспортної задачі (метод північно-західного кута, метод потенціалів).

3.4 Задача оптимального кадрового розподілу (задача про призначення). Постановка задачі. Математична модель.

3.5 Угорський метод рішення задачі про призначення.

3.6 MS EXCEL у вирішенні транспортних задач.

3.1 Транспортна задача як окремий клас лінійного програмування. Типові задачі транспортного виду

Транспортна задача (ТЗ) - спеціальний клас задач лінійного програмування. Ці задачі часто описують переміщення (перевезення) будь-якого товару з пункту відправлення (ПВ) в пункт призначення (ПП).

Призначення ТЗ - визначення обсягів перевезень з пунктів відправлення в пункти призначення з мінімальною сумарною вартістю перевезень. При цьому повинні враховуватися обмеження, що накладаються на обсяги вантажів, наявних в ПВ (пропозиція), і обмеження, що враховують потребу вантажів в ПП (попит).

У загальному випадку транспортну задачу можна застосовувати для опису ситуацій, пов'язаних з управлінням запасами, управлінням рухом капіталів, складанням розкладів, призначенням персоналу і так далі.

3.2 Модель транспортної задачі

ТЗ формулюється так: є m пунктів відправлення $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$, в яких зосереджені запаси якихось однорідних вантажів у кількості відповідно $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m$ одиниць. Є n пунктів призначення $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$, які подали заявки відповідно на $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$ одиниць вантажу.

Відомі вартості c_{ij} перевезення одиниці вантажу від кожного ПВ A_i до кожного ПП B_j ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$). Передбачається, що вартість перевезення кількох одиниць вантажу пропорційна їх числу. Необхідно знайти кількість x_{ij} одиниць вантажу, що відправляється з i -го ПВ A_i в j -тий ПП B_j , яке мінімізує сумарні транспортні витрати і задовольняє обмеження, що накладаються на обсяги вантажів в ПВ і ПП.

Математична модель ТЗ має вигляд:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (3.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = \overline{1, 2, \dots, m}; \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j, \quad j = \overline{1, 2, \dots, n}; \quad (3.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, 2, \dots, m}; j = \overline{1, 2, \dots, n}.$$

Якщо, крім того, виконується вимога:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (3.4)$$

то маємо так звану закриту (збалансовану) ТЗ.

У разі відкритої ТЗ, коли умова (3.4) не виконується, необхідно ввести відповідно фіктивні вузли (пункти) або дуги (маршрути) з вартістю перевезень, рівній нулю.

Основні властивості закритої транспортної задачі

1. Задача в будь-якому випадку допустима і розв'язувана.

2. Серед рівнянь - обмежень (3.2; 3.3) лише $m + n - 1$ лінійно незалежні.

3. Якщо в ТЗ всі числа a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) і b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) цілі, то хоча б одне оптимальне рішення задачі цілочисельне.

Особливістю ТЗ є те, що всі коефіцієнти в обмеженнях (3.2; 3.3) дорівнюють одиниці. Це дозволяє вирішувати задачу більш простим способом, за допомогою так званої транспортної таблиці (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 - Таблиця для вирішення транспортної задачі

	B_1	B_2	...	B_n	a_i
A_1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}	...	x_{1n} c_{1n}	a_1
A_2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}	...	x_{2n} c_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	x_{m1} c_{m1}	x_{m2} c_{m2}	...	x_{mn} c_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

На рис. 3.1 ТЗ представлена у вигляді мережі з m ПВ і n ПП, які показані у вигляді вузлів мережі. Дуги, що з'єднують вузли мережі, відповідають маршрутам, що зв'язують ПВ і ПП.

Послідовність рішення транспортної задачі наводиться на рис. 3.2.

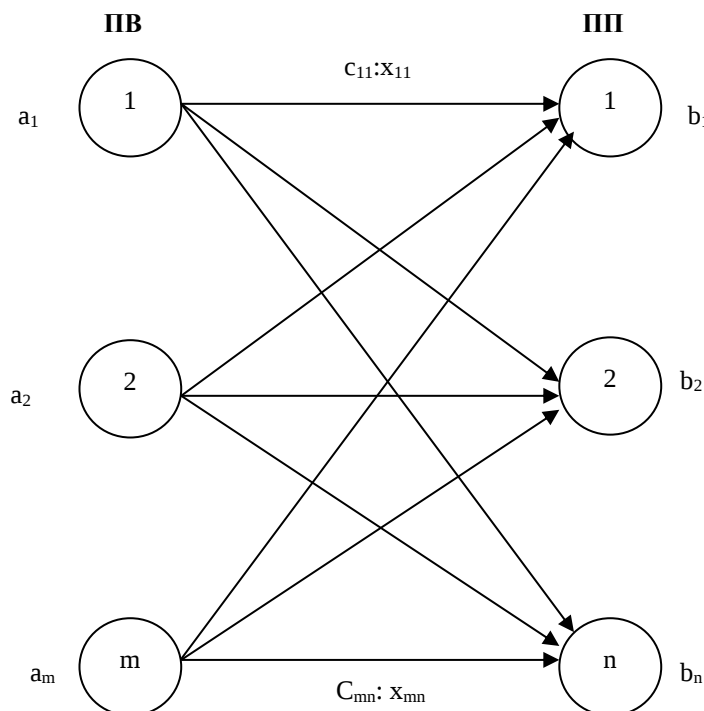


Рисунок 3.1 - Подання ТЗ у вигляді мережевої моделі

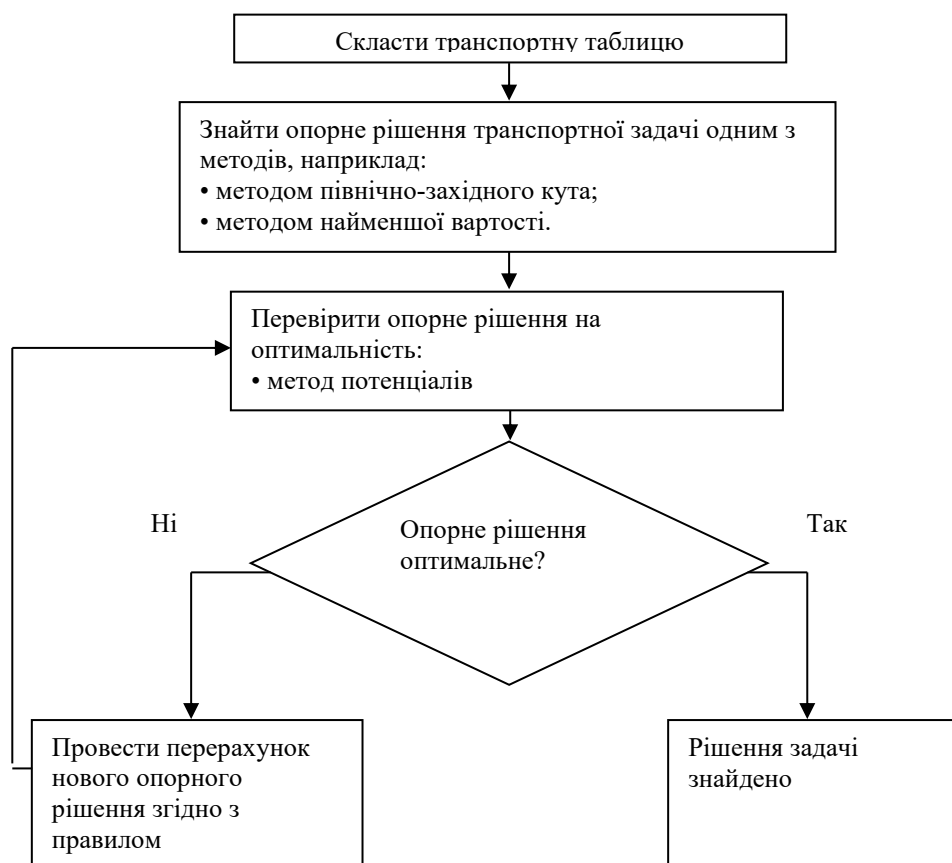


Рисунок 3.2 - Алгоритм розв'язання транспортної задачі

3.3 Методи вирішення транспортної задачі (метод північно-західного кута, метод потенціалів).

Алгоритм рішення ТЗ буде розглянемо на наступному прикладі.

Задача. Потрібно доставити 14 одиниць вантажу зі складу 1 і 11 одиниць вантажу зі складу 2. Причому в 1-й пункт призначення повинно бути відправлено 7 одиниць вантажу, у 2-й - 8, в 3-й - 10. Витрати на доставку відображені в табл. 3.2. Необхідно визначити, скільки одиниць товару потрібно відправити з кожного складу в кожен пункт призначення, щоб витрати на перевезення були мінімальними.

Маємо закриту (збалансовану) ТЗ, виконується умова (3.4.)

Створюємо транспортну таблицю (табл. 3.2.)

Таблиця 3.2 - Таблиця для вирішення транспортної задачі

Пункти відправлення	Пункти призначення			Пропозиція
	1	2	3	
Склад 1	3 x_{11}	6 x_{12}	7 x_{13}	14
Склад 2	8 x_{21}	10 x_{22}	9 x_{23}	11
Попит	7	8	10	25

Знаходження опорного рішення транспортної задачі

Метод північно-західного кута

Рішення починається з лівої верхньої комірки (північно-західного кута) транспортної

таблиці, тобто зі змінною x_{11} .

Крок 1. Змінній x_{11} призначається максимальне значення, що допускається обмеженнями на попит і пропозицію.

Крок 2. Викреслюється рядок (або стовпчик) з повністю реалізованою пропозицією (або з задоволеним попитом). Якщо одночасно задовольняються попит і пропозиція, викреслюється лише рядок або тільки стовпець.

Крок 3. Якщо не викреслено тільки один рядок або тільки один стовпець, процес зупиняється. В іншому випадку переходять до комірки справа, якщо викреслять стовпець, або до нижньої комірки, якщо викреслено рядок. Потім повертаються до першого кроку.

Для задачі опорне (базисне) рішення, отримане методом північно-західного кута, наводиться в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 - Опорне (базисне) рішення транспортної задачі

Пункти відправлення	Пункти призначення			Пропозиція
	1	2	3	
Склад 1	3 7	6 7	7	14
Склад 2	8	10 1	9 10	11
Попит	7	8	10	25

Вартість перевезень для опорного рішення дорівнює:

$$L = 7 \cdot 9 + 7 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 10 \cdot 10 = 204 \text{ у.о.}$$

Знаходження оптимального рішення транспортної задачі

Транспортну задачу можна вирішувати симплекс-методом, але існує більш простий - метод потенціалів. Вирішимо задачу, використовуючи опорне рішення, отримане методом північно-західного кута (табл. 3.3).

Алгоритм знаходження оптимального рішення транспортної задачі методом потенціалів:

1. Зіставляємо кожному пункту відправлення деяку величину U_i - потенціал i -го пункту відправлення, а кожний пункт призначення - деяку величину V_j - потенціал j -того пункту призначення (табл. 3.4).

Таблиця 3.4 - Призначення потенціалів рядкам і стовпцям

Пункти відправлення	Пункти призначення			Пропозиція	
	1	2	3		
Склад 1	3 7	6 7	7	14	U_1
Склад 2	8	10 1	9 10	11	U_2
Попит	7	8	10		
	V_1	V_2	V_3		

2. Для кожної заповненої комірки транспортної таблиці (для базисних змінних) складемо рівняння, пов'язані з вартістю:

$$U_i + V_j = C_{ij}.$$

Щоб знайти значення потенціалів з цієї системи рівнянь, потрібно присвоїти одному з них довільне значення (наприклад, $U_1 = 1$) і потім послідовно обчислювати значення інших потенціалів (табл. 3.5).

Таблиця 3.5 – Знаходження значень потенціалів

Базисні змінні	Рівняння щодо потенціалів	Рішення
x_{12}	$U_1 + V_2 = 6$	$U_1=1 \quad V_2=5$
x_{22}	$U_2 + V_2 = 10$	$V_2=5 \quad U_2=5$
x_{11}	$U_1 + V_1 = 3$	$U_1=1 \quad V_1=2$
x_{23}	$U_2 + V_3 = 9$	$U_2=5 \quad V_3=4$

У підсумку маємо:

$$U_1=1, U_2=5;$$

$$V_1=2, V_2=5, V_3=4.$$

3. Використовуючи обчислені значення потенціалів, знайдемо непряму вартість для порожніх клітин транспортної таблиці (для небазисних змінних):

$$C'_{13} = U_1 + V_3 = 1 + 4 = 5$$

$$C'_{21} = U_2 + V_1 = 5 + 2 = 7$$

4. Знайдемо різниці між дійсною і непрямою вартостями:

$$C_{13} - C'_{13} = 7 - 5 = 2 > 0$$

$$C_{21} - C'_{21} = 8 - 7 = 1 > 0$$

Якщо все різниці невід'ємні, то знайдене рішення є оптимальним.

Якщо серед різниць є негативні, то знаходимо цикл перерахунку і виробляємо по ньому зрушення. Перерахунки завершуються лише тоді, коли буде знайдено оптимальний план.

3.4 Задача оптимального кадрового розподілу (задача про призначення). Постановка задачі. Математична модель.

Задача про призначення - окремий випадок ТЗ. Є m робіт, які потрібно розподілити між n виконавцями. Відомі показники ефективності (c_{ij}) виконання i -м виконавцем j -ої роботи. Потрібно розподілити роботи між виконавцями так, щоб:

1. Всі роботи були виконані.
2. Всі виконавці були задіяні.
3. Для виконання кожної роботи був використаний тільки один виконавець.

4. Ефективність виконання всього комплексу робіт була максимальною (або витрати на виконання комплексу були мінімальними).

У задачі про призначення кількість пунктів відправлення дорівнює кількості пунктів призначення (кількість ПВ=ПП). Обсяги попиту і пропозиції в кожному з пунктів призначення і відправлення рівні 1. Прикладом типової задачі про призначення є розподіл працівників по різним видам робіт, що мінімізує сумарний час виконання робіт.

Задача про призначення має місце при призначенні людей на посади або роботи, транспортних засобів на маршрути, при розподілі навчальних груп по аудиторіях, наукових тем з науково-дослідним лабораторіям і т.п.

Вхідні параметри моделі задачі про призначення

1. n - кількість виконавців / ресурсів, m - кількість робіт.

2. $a_i = 1$ - одинична кількість ресурсу A_i ($i = 1, n$), наприклад: один працівник; один транспортний засіб; одна наукова тема і т.д.

3. $b_j = 1$ - одинична кількість робіт B_j ($j = 1, m$), наприклад: одна посада; один маршрут; одна лабораторія.

4. c_{ij} - характеристика якості виконання роботи B_j за допомогою ресурсу A_i . Наприклад, компетентність i -го працівника при роботі на j -й посаді; час, за яке i -е транспортний засіб перевезе вантаж по j -му маршруту; ступінь кваліфікації i -й лабораторії

при роботі над j -й науковою темою.

Шукані параметри:

1. X_{ij} – факт призначення або непризначення ресурсу A_i на роботу B_j :

$$X_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

2. $L(X)$ – загальна (сумарна) характеристика якості розподілу ресурсів по роботах.

Таблиця 3.6 – Загальний вигляд транспортної матриці задачі про призначення

Ресурси, A_i	Роботи, B_j				кількість ресурсів
	B_1	B_2	...	B_m	
A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1m}	1
A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2m}	1
...	...	...	...	...	...
A_n	c_{n1}	c_{n2}	...	c_{nm}	1
кількість робіт	1	1	...	1	$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$

Модель задачі про призначення

$$L(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad (i = \overline{1, n}), \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = \overline{1, m}), \\ x_{ij} = \begin{cases} 0, & (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}). \\ 1, & \end{cases} \end{cases} \quad (3.5)$$

Специфічна структура задачі про призначення дозволила розробити так званий «Угорський метод» її рішення.

Якщо цільову функцію потрібно мінімізувати, то $L(X)$ замінюють на $-L(X)$.

Якщо матриця C не квадратна, то її доповнюють до квадратної стовпцями або рядками з нульовими елементами.

3.5 Угорський метод рішення задачі про призначення

Алгоритм розв'язання транспортної задачі угорським методом. Підготовчий етап рішення.

Знаходимо максимальний елемент в першому стовпці і з усіх елементів цього стовпчика послідовно віднімаємо максимальний, записуючи замість відповідного елемента модуль знайденої різниці. Ця операція проробляється з усіма стовпцями матриці.

Розглянемо перший рядок отриманої матриці і з кожного її елемента віднімаємо мінімальний елемент цього рядка. Проробимо цю операцію з усіма рядками матриці.

Відзначаємо довільний нуль в першому стовпці зіркою (*). Переглядаємо другий стовпець і, якщо в ньому є нуль, розташований в рядку, де немає нуля із зіркою, відзначаємо його зіркою. Аналогічно проглядаються один за одним всі стовпці матриці і відзначаються зіркою нулі, розташовані в рядках, де ще немає позначених нулів.

Таким чином, в результаті підготовчого етапу отримуємо множину зазначених зіркою нулів, так званих незалежних. Якщо число незалежних нулів збігається з порядком матриці, то процес рішення закінчується, причому оптимальний вибір визначається порціями нулів

із зіркою даної за умовою матриці.

Якщо число k незалежних нулів менше порядку n матриці, то потрібно $n-k$ ітерацій для знаходження оптимального рішення.

Окрема ітерація.

Перед початком ітерації (еквівалентного перетворення) виділяємо значком (+) стовпці останньої матриці, що містять нулі із зіркою. Тоді невиділеними елементами матриці покладаються всі елементи невиділених стовпців.

Етап 1. Якщо серед невиділених елементів матриці немає нульових, переходимо до етапу 3. В іншому випадку може бути одна з ситуацій:

- а) рядок, що містить невиділений нуль, містить також нуль із зіркою;
- б) згаданий рядок нуля із зіркою не містить.

У ситуації а) ставимо над знайденим нулем штрих ('), виділяємо значком (+) рядок, що його містить, і знищуємо значок виділення (+) на стовпці, на перетині якого з тільки що виділеним рядком розташований нуль із зіркою. Повертаємося до початку етапу 1, переглядаючи елементи невиділених рядків і стовпців матриці.

У ситуації б) відзначаємо отриманий нуль штрихом і переходимо до етапу 2.

Етап 2. Виходячи із нуля зі штрихом, в рядку якого немає нуля із зіркою (випадок б), будуємо наступний ланцюжок елементів матриці: вихідний нуль зі штрихом, нуль із зіркою (якщо такий знайдеться), що лежить з ним в одному стовпці, нуль зі штрихом, що лежить в одному рядку з попереднім нулем із зіркою, і т.д. Таким чином, ланцюжок утворюється рухом від $0'$ до 0^* по стовпцю, від 0^* до $0'$ по рядку. Доведено, що описаний алгоритм побудови ланцюжка однозначний і кінцевий. При цьому ланцюжок обов'язково закінчується нулем зі штрихом.

Над елементами ланцюжка - нулями зі штрихом - ставимо зірки, знищуючи їх над іншими елементами ланцюжка.

Далі знищуються всі штрихи над елементами матриці і значки виділення її рядків і стовпців. Число незалежних нулів в результаті ітерації збільшилося на одиницю. Якщо число незалежних нулів менше порядку матриці, то виконуємо наступну ітерацію, повертаючись до початку алгоритму окремої ітерації.

Етап 3. Серед невиділених елементів отриманої матриці вибираємо мінімальний h .

Далі величину h віднімаємо з усіх елементів матриці, розташованих в її невиділених рядках, і додаємо до всіх елементів цієї матриці, які лежать в виділених стовпцях.

Переходимо до етапу 1.

Доведено, що ітерація обов'язково завершиться випадком б) етапу 1 і переходом до етапу 2, в результаті чого число незалежних нулів збігається з порядком вихідної матриці.

Задача призначення претендентів на вакантні робочі місця.

Складемо таблицю із заздалегідь визначеними комплексними оцінками підготовленості кандидатів-авіаційних спеціалістів, які враховують рівень їх знань, навичок, умінь зі спеціальних дисциплін, нормативних документів, англійської мови, тренажерів на конкретному робочому місці (РМ) (Табл. 3.7). Потрібно знайти оптимальний розподіл претендентів по РМ, що забезпечує максимальну комплексну оцінку підготовленості групи до виконання професійних обов'язків.

Таблиця 3.7 - Комплексні оцінки підготовленості авіафахівців

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	7	9	6	8	8
PM2	6	10	9	6	7
PM3	8	10	7	7	9
PM4	6	9	8	6	9
PM5	8	7	10	8	10

1. Знаходимо максимальний елемент в першому стовпці і з усіх елементів цього стовпчика послідовно віднімаємо максимальний, записуючи замість відповідного елемента модуль знайденої різниці. Ця операція проробляється з усіма стовпчиками матриці.

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	7	9	6	8	8
PM2	6	10	9	6	7
PM3	8	10	7	7	9
PM4	6	9	8	6	9
PM5	8	7	10	8	10

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	1	1	4	0	2
PM2	2	0	1	2	3
PM3	0	0	3	1	1
PM4	2	1	2	2	1
PM5	0	3	0	0	0

2. Розглянемо перший рядок отриманої матриці і з кожного її елемента віднімаємо мінімальний елемент цього рядка. Проробимо цю операцію з усіма рядками матриці.

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	1	1	4	0	2
PM2	2	0	1	2	3
PM3	0	0	3	1	1
PM4	2	1	2	2	1
PM5	0	3	0	0	0

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	1	1	4	0	2
PM2	2	0	1	2	3
PM3	0	0	3	1	1
PM4	1	0	1	1	0
PM5	0	3	0	0	0

3. Відзначаємо довільний нуль в першому стовпці зіркою (*). Переглядаємо другий стовпець і, якщо в ньому є нуль, розташований в рядку, де немає нуля із зіркою, відзначаємо його зіркою. Аналогічно проглядаються один за одним всі стовпці матриці і відзначаються зіркою нулі, розташовані в рядках, де ще немає позначених нулів.

	№1	№2	№3	№4	№5
PM1	1	1	4	0*	2
PM2	2	0*	1	2	3
PM3	0*	0	3	1	1
PM4	1	0	1	1	0*
PM5	0	3	0*	0	0

Таким чином, в результаті підготовчого етапу отримуємо безліч зазначених зіркою нулів, так званих незалежними. Число незалежних нулів збігається з порядком матриці (5), процес вирішення закінчується, причому оптимальний вибір визначається порціями нулів із зіркою даної за умовою матриці.

Оптимальний вибір (відповідний зазначеним зіркою нулям) має вигляд:
(C₃₁, C₂₂, C₅₃, C₁₄, C₄₅).

Відповідна йому сума елементів вихідної матриці C:

$$C_{31} + C_{22} + C_{53} + C_{14} + C_{45} = 8 + 10 + 10 + 8 + 9 = 45.$$

Таким чином, на посаду №1 призначається претендент №4, на посаду №2 призначається претендент №2, на посаду №3 призначається претендент №1, на посаду №4 призначається претендент №5, на посаду №5 призначається претендент №3.

При таких призначеннях сумарна продуктивність праці, що представляє собою сумарну комплексну оцінку підготовленості групи до виконання професійних обов'язків, буде максимальною і дорівнює - 45 умовних одиниць.

3.6 MS EXCEL у вирішенні транспортних задач

Для вирішення транспортної задачі в Microsoft Excel використовується інструмент «Пошук розв'язання». Послідовність рішення транспортної задачі засобами MS EXCEL передбачає виконання таких же завдань, як і для рішення ЗЛП: створення математичної моделі задачі, створення та заповнення електронної форми задачі, робота з інструментом «Пошук розв'язання»; отримання результату та його аналіз. Більш детально використання MS EXCEL при рішенні ТЗ буде розглянуто на практичному занятті.

Основні категорії та поняття. Транспортна задача, закрыта (збалансована) транспортна задача, метод північно-західного кута, метод потенціалів, задача про призначення, угорський метод розв'язання транспортної задачі.

Питання для самоперевірки:

1. Охарактеризуйте ТЗ як окремий клас лінійного програмування.
2. Назвіть типові завдання транспортного виду.
3. Формулювання ТЗ.
4. Модель транспортної задачі.
5. Як уявити ТЗ у вигляді мережевої моделі?
6. Що означає закрыта ТЗ?
7. Основні властивості закрытої транспортної задачі
8. Методи вирішення транспортної задачі
9. Охарактеризуйте метод північно-західного кута.
10. Охарактеризуйте метод потенціалів.
11. Що означає опорне і оптимальне рішення ТЗ?
12. Охарактеризуйте задачу про призначення як окремий випадок ТЗ.
13. Задача оптимального кадрового розподілу (задача про призначення).
14. Математична модель. Постановка задачі.
15. Угорський метод рішення задачі про призначення.
16. Розкрийте підготовчий етап рішення задачі про призначення.
17. Охарактеризуйте окрему ітерацію угорського методу.

Тема 4. Мережеве планування та управління. Динамічне програмування

ПЛАН

4.1 Метод мережевого планування при прийнятті рішень. Типові задачі мережевого планування.

4.2 Структурно-часова таблиця. Побудова і розрахунок мережевої моделі.

4.3 Мережеві графіки виконання дій оператором авіаційно-транспортної системи. Алгоритм побудови мережевого графіка. Структурно-часова таблиця переліку дій оператора авіаційно-транспортної системи.

4.4 Поняття про багатокрокові процеси. Виграш і управління.

4.5 Принцип оптимальності Р.Беллмана вирішення задач динамічного програмування.

4.6 Типові задачі динамічного програмування. Задача про найкоротший шлях. Задача про набір висоти повітряним судном

4.1 Метод мережевого планування при прийнятті рішень. Типові задачі мережевого планування і управління.

Мережеве планування - визначення оптимальної послідовності виконання дій/операцій/робіт.

Характерним для кожного такого комплексу робіт є те, що він складається з ряду елементарних робіт, які взаємно обумовлюють одна одну, так що виконання деяких робіт не може бути розпочато раніше, ніж завершені деякі інші роботи.

Планування будь-якого такого комплексу робіт повинно проводитися з урахуванням таких елементів:

- часу;
- вартості;
- ресурсів всього комплексу робіт і окремих його ланок.

На практиці часто доводиться зустрічатися із задачею раціонального планування складних комплексних робіт. Наприклад, будівництво великого промислового об'єкта; розгортання системи медичних або профілактичних заходів; організація туристичних поїздок і т.д. Мережеві методи планування знаходять широке застосування при розробці перспективних планів та моделей створення складних виробничих систем та інших об'єктів довгострокового використання.

В результаті застосування методів мережевого планування отримують мережеву модель (мережевий графік, мережа), що відображає комплекс робіт (операцій) і подій, пов'язаних з реалізацією деякого проекту (науково-дослідного, виробничого та ін.), в їх логічній і технологічній послідовності та зв'язку. Аналіз мережевої моделі, представлений в графічній або табличній (матричній) формі, дозволяє, по-перше, більш чітко виявити взаємозв'язок етапів реалізації проекту і, по-друге, визначити найбільш оптимальний порядок виконання цих етапів в цілях, наприклад, скорочення термінів виконання всього комплексу робіт. Методи мережевого моделювання відносяться до методів прийняття оптимальних рішень.

4.2 Структурно-часова таблиця. Побудова і розрахунок мережевої моделі

Одним з методів, що застосовуються для вирішення такого роду задач, є метод мережевого планування. Основним матеріалом для мережевого планування є перелік робіт (ланок) комплексу, в якому вказані роботи і їх взаємна обумовленість та час виконання роботи. Цей перелік називається структурно-часовою таблицею.

Необхідно скласти список робіт (операцій), що підлягають виконанню. Послідовність робіт у списку довільна. Порядок нумерації робіт здійснюється відповідно до послідовності їх запису у списку. Перелік робіт ретельно продумується і в залежності від конкретних умов із певною мірою деталізується. Роботи, включені до списку, характеризуються певною тривалістю, яка встановлюється на основі чинних нормативів або за аналогією з роботами,

що раніше виконувались. Такі часові оцінки називаються детермінованими. Якщо ж нормативні дані часових оцінок робіт відсутні, то визначаються імовірнісні оцінки.

Приклади структурно-часових таблиць наведено нижче.

Таблиця 4.1 – Приклад структурно-часової таблиці

№ п/п	Робота	Опирається на роботу	Час виконання роботи
1	a ₁	-	10
2	a ₂	-	5
3	a ₃	-	15
4	a ₄	-	10
5	a ₅	a ₁ ,a ₂	20
6	a ₆	a ₁ ,a ₅ ,a ₂	5
7	a ₇	a ₁ ,a ₆	15

Таблиця 4.2 – Приклад структурно-часової таблиці

№ п/п	Робота	Опирається на роботу	Час виконання роботи
1	a ₁	-	10
2	a ₂	a ₁ , a ₃	5
3	a ₃	-	15
4	a ₄	a ₁ ,a ₂ ,a ₃	10
5	a ₅	-	20
6	a ₆	-	5
7	a ₇	a ₁ ,a ₄	15

Перша операція, яку ми проведемо зі структурно-часовою таблицею називається упорядкуванням (кожна робота може спиратися тільки на роботу з меншими порядковими номерами). Для упорядкування всі роботи розподіляються на ранги.

Робота називається роботою 1-го рангу, якщо для її початку не потрібно виконання ніяких інших робіт.

Надалі проводимо ранжування інших робіт структурно-часової таблиці.

Робота називається роботою k - го рангу, якщо вона, спирається хоча б на одну роботу (k-1) рангу і на роботи менших, ніж (k-1) рангів.

Приклади упорядкування в таблицях наведено нижче.

Таблиця 4.3 – Приклад упорядкування

№ п/п	Робота	Опирається на роботу	Ранг	Час виконання роботи
1	a ₁	-	1	10
2	a ₂	a ₁ , a ₃	2	5
3	a ₃	-	1	15
4	a ₄	a ₁ ,a ₂ ,a ₃	3	10
5	a ₅	-	1	20
6	a ₆	-	1	5
7	a ₇	a ₁ ,a ₄	4	15

Таблиця 4.4 – Приклад упорядкування

№ п/п	Робота	Опирається на роботу	Ранг	Час виконання роботи
1	a ₁	-	1	10
2	a ₂	-	1	5
3	a ₃	-	1	15
4	a ₄	-	1	10
5	a ₅	a ₁ ,a ₂	2	20
6	a ₆	a ₁ ,a ₅ ,a ₂	3	5
7	a ₇	a ₁ ,a ₆	4	15

Зв'язки між роботами, що входять в комплекс, можна зобразити графічно у вигляді мережевого графіка.

Такі графіки допомагають знайти критичний час виконання комплексу робіт і критичні роботи. Спочатку будують роботи першого рангу, які не потребують виконання інших робіт. Тривалість роботи в мережевому графіку дорівнює проекції стрілки, що відповідає даній роботі на часову вісь.

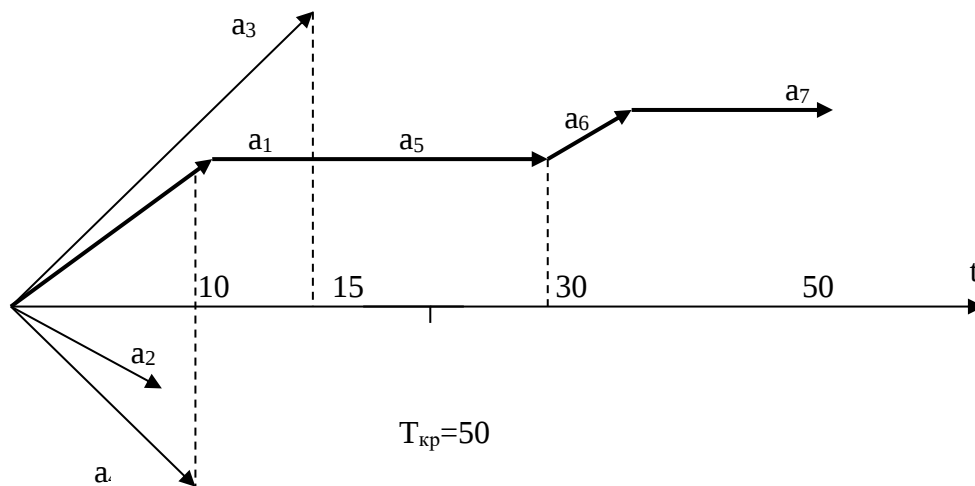


Рисунок 4.1 - Мережевий графік

Мінімальний час, необхідний для виконання комплексу робіт називаються критичним, роботи, що утворюють критичний час називаються критичними.

Критичні роботи: **a₁, a₅, a₆, a₇**. **T_{кр}=50**

4.3 Мережеві графіки виконання дій оператором авіаційно-транспортної системи. Алгоритм побудови мережевого графіка. Структурно-часова таблиця переліку дій оператора авіаційно-транспортної системи

Стосовно авіаційної діяльності, питанню мережевого планування приділено увагу в роботах В.П. Харченко, Т.Ф. Шмельової, Ю.В. Сікідди. Технологія роботи авіаційного фахівця (пілота, диспетчера) відповідає чіткому алгоритму дій, які прописані в нормативних і регламентуючих документах, тому для моделювання дій авіаційних фахівців, наприклад, в особливих випадках в польоті (ОВП), можна застосовувати детерміновані моделі. Оскільки ОВП - це подія, що розвивається в часі, то для моделювання прийняття рішень авіаційним оператором відповідно до алгоритму дій у разі виникнення ОВП доцільно користуватися мережевими графіками.

Формалізація діяльності авіаційних операторів з використанням апарату мережевого

планування дозволяє визначити:

- оптимальну послідовність дій ЛПР при виникненні ОВП;
- критичний (оптимальний) час виконання дій ЛПР при парируванні ОВП;
- максимальний (мінімальний) час виконання дій ЛПР при виникненні ОВП;
- резерви часу для парирування ОВП.

Спрощений алгоритм побудови мережевого графіка виконання дій авіаційного оператора (пілота, авіадиспетчера) при виникненні ОВП (ПР в умовах визначеності, детермінована ЗПР).

1. Розробити алгоритм - порядок дій авіаційного оператора в разі виникнення ОВП або при ускладненні умов виконання польоту.

2. Розробити блок-схему за алгоритмом дій авіаційного оператора в ОВП.

3. Розробити структурно-часову таблицю переліку дій авіаційного оператора в ОВП.

4. Визначити час на виконання операційних процедур (метод експертних оцінок, експеримент).

5. Побудувати мережевий графік виконання дій авіаційного оператора в ОВП.

Визначити критичний час виконання дій авіаційного оператора в ОВП і основні етапи ПР з парирування ситуації, що виникла.

Наприклад, вищезазначеними авторами проведено мережевий аналіз ПР авіадиспетчером в разі виникнення ОВП за допомогою детермінованих моделей. Відповідно до затверджених технологій роботи диспетчера отримані детерміновані моделі ПР авіадиспетчером у разі виникнення ОВП, наведені в табл. 4.5 та на рис. 4.2. Моделювання ПР авіадиспетчером та побудова детермінованої моделі у вигляді мережевого графіка здійснюються відповідно до технології дій фахівця з обслуговування повітряного руху з використанням принципів ASSIST (Acknowledge, Separate, Silence, Inform, Support, Time) за «Типовими картами дій фахівців ОПП в аварійних та непередбачуваних ситуаціях». У разі виникнення аварійних ситуацій або непередбачуваних обставин фахівцям з ОПП для надання максимальної допомоги екіпажу ПС, який зазнає лиха, та отримання необхідної важливої інформації для її подальшої передачі аварійно-рятувальним службам, слід якомога точніше дотримуватися відповідної технології.

Таблиця 4.5 – Узагальнена структурно-часова таблиця технології роботи авіадиспетчера в ОВП

№ з/п	Зміст роботи	Позначення роботи	Множина робіт	Опирається на роботу	Час виконання роботи
1	Отримання інформації від екіпажу ПС про ОВП	A_1	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}\}$	-	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1n}\}$
2	Підтвердження отримання інформації від екіпажу ПС про ОВП	A_2	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{2n}\}$	A_1	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{2n}\}$
3	Передавання інформації відповідним службам	A_3	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{3n}\}$	$A_1 \cap A_2$	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{3n}\}$
4	Отримання рішення командира ПС	A_4	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{4n}\}$	$A_1 \cup A_2 \cup A_3$	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{4n}\}$
5	Забезпечення умов безпечного завершення польоту	A_5	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{5n}\}$	$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{5n}\}$
6	Отримання інформації від екіпажу ПС про результат посадки	A_6	$\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{6n}\}$	$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$	$\{t_{11}, t_{12}, \dots, t_{6n}\}$

Узагальнений вигляд мережевої моделі наведено на рис. 4.2

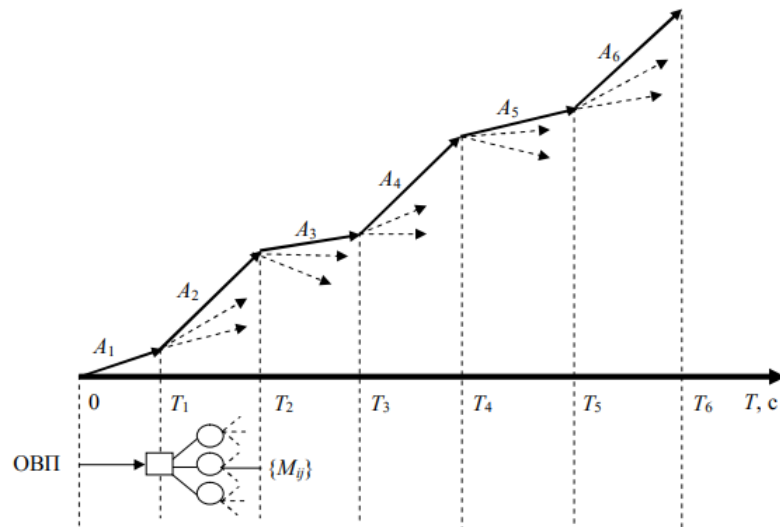


Рисунок 4.2 - Мережевий графік виконання дій авіадиспетчером в ОВП: $A_1 - A_6$ – роботи, що виконуються авіадиспетчером згідно з технологією роботи; $\{M_{ij}\}$ – множина польотних ситуацій згідно зі стохастичною моделлю

Розглянемо ще одну мережеву модель: наземного обслуговування ПС. Основною задачею диспетчерів наземного обслуговування ПС є постійний контроль за ходом процесу наземного обслуговування повітряних судів відповідно до їх технологічного графіку, контроль часу початку та завершення виконання робіт персоналом аеропорту та міжструктурних підрозділів та недопущення затримання рейсів з вини обслуговуючого персоналу.

Типові графіки наземного обслуговування надано в Guidelines for Aircraft Ground Handling. Basic principles of aircraft ground handling. Протягом міжрейсового обслуговування всі передбачені регламентом роботи мають бути виконані за відведений розкладом час. У типовому технологічному графіку наведені дані розраховані з ідеальних умов одночасного обслуговування одного літака. Залежно від конкретних умов ці дані можуть змінюватися. На основі нормативних документів, суджень експертів побудована структурно-часова таблиця наземного обслуговування Airbus 320 і Boeing 737-800, проведено упорядкування її даних, побудована мережева модель (рис.4.3).

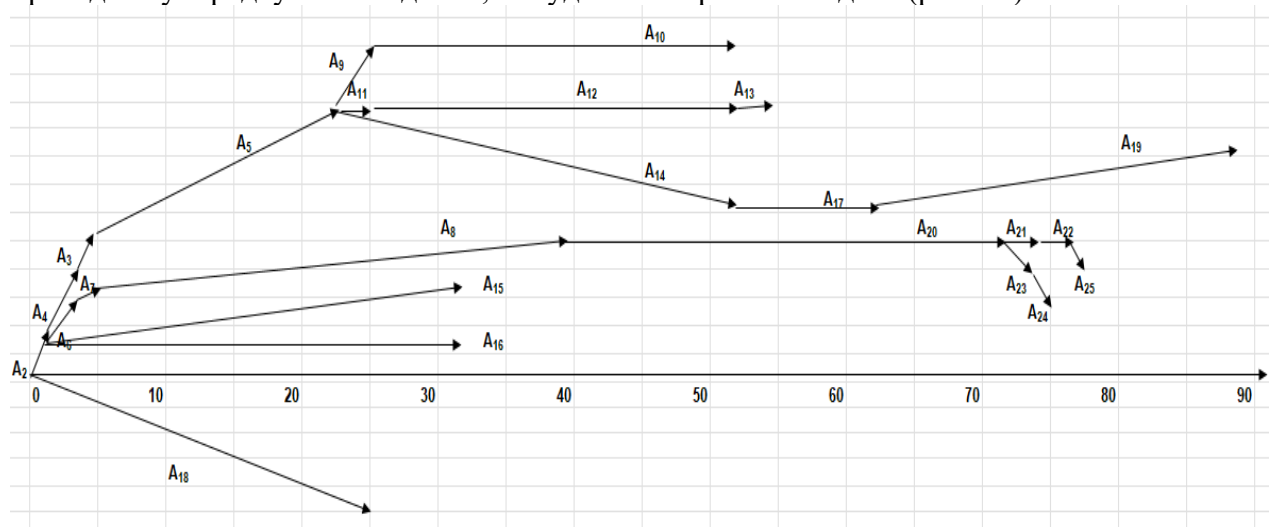


Рисунок 4.3 - Мережевий графік наземного обслуговування B747, A330

Роботи, що входять до критичного шляху: 2;3;4;5;14;17;19;21;24.

Ткр = 92 хвилини (загальний час обслуговування – 2:20).

Застосування методу мережного планування та управління дозволило визначити оптимальну послідовність виконання складного комплексу робіт з наземного обслуговування В747, А330, оптимальну з точки зору виконання комплексу робіт.

Застосування мережного планування та управління дозволяє підвищити якість та ефективність управління складними комплексами робіт, скоротити терміни їх виконання та необхідні ресурси.

4.4 Поняття про багатокрокові процеси. Виграш і управління

Динамічне програмування (динамічне планування) є особливим методом оптимізації рішень, спеціально пристосований до так званих «багатокрокових» (багатоетапних) операцій.

Уявімо деяку операцію Q , яка розпадається на ряд послідовних «кроків» або «етапів», - наприклад, діяльність авіаційної галузі протягом ряду господарських років; або ж подолання групою літаків декількох смуг протиповітряної оборони; або ж послідовність тестів, що застосовуються при контролі апаратури. Деякі операції (подібно вищенаведеним) розділяються на кроки природно; в деяких розподіл доводиться вводити штучно - так, процес наведення ракети на ціль можна умовно розбити на етапи, кожен з яких займає якийсь час. Отже, розглянемо операцію Q , що складається з m кроків (етапів). Нехай ефективність операції характеризується якимось показником W , який будемо називати «виграшем». Припустимо, що виграш W за всю операцію складається з виграшів на окремих кроках:

$$W = \sum_{i=1}^m w_i$$

де w_i - виграш на i -му кроці.

Якщо W має таку властивість, то його називають, «адитивним критерієм».

Операція Q є керованим процесом, тобто можемо вибирати якісь параметри, що впливають на його хід і результат, причому на кожному кроці вибирається якесь рішення, від якого залежить виграш на даному кроці і виграш за операцію в цілому. Таке рішення є «кроковим управлінням». Сукупність усіх крокових управлінь є управління операцією в цілому. Позначимо його буквою x , а крокові управління: $x_1, x_2, \dots, x_m$:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Слід мати на увазі, що $x_1, x_2, \dots, x_m$ в загальному випадку - не числа, а, можуть бути, вектори, функції т.д.

Потрібно знайти таке управління x , при якому виграш W обертається в максимум:

$$W = \sum_{i=1}^m w_i \rightarrow \max$$

Таке керування x^* , при якому цей максимум досягається, називається оптимальним керуванням. Воно складається із сукупності оптимальних крокових управлінь:

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$$

Максимальний виграш, який досягається при цьому управлінні, позначається W^* :

$$W^* = \max_x \{W(x)\}$$

Формула читається так: величина W^* є максимум з усіх $W(x)$ при різних управліннях x (максимум береться по всім управлінням x , можливим в даних умовах). Іноді це останнє обумовлюється в формулі і пишуть:

$$W^* = \max_{x \in X} \{W(x)\}$$

Розглянемо кілька прикладів багатокрокових операцій і для кожної з них пояснимо,

що розуміється під «управлінням» і який «виграш» (показник ефективності) W .

Наприклад, планується діяльність групи авіаційних підприємств $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_K$ на період m господарських років. На початку періоду на розвиток групи виділені якісь кошти M , які повинні бути якось розподілені між авіапідприємствами.

В процесі роботи авіапідприємства вкладені в нього кошти частково витрачаються (амортизуються), а частково зберігаються і знову можуть бути перерозподілені. Кожне авіапідприємство за рік приносить дохід, який залежить від того, скільки коштів у нього вкладено. На початку кожного господарського року наявні кошти перерозподіляються між авіапідприємствами. Ставиться питання: яку кількість коштів на початку кожного року потрібно виділяти кожному авіапідприємству, щоб сумарний дохід за m років був максимальним?

Виграш W (сумарний дохід) являє собою суму доходів на окремих кроках (роках):

$$W = \sum_{i=1}^m w_i$$

і, отже, має властивість адитивності.

Управління x_i на i -му кроці полягає в тому, що на початку i -го року авіапідприємствам виділяються якісь кошти $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$ (перший індекс-номер кроку, другий - номер підприємства). Таким чином, крокове управління є вектор з k складовими:

$$x = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$$

Зрозуміло, величини, у формулі залежать від кількості вкладених в авіапідприємства коштів. Управління x всій операцією складається із сукупності всіх крокових управлінь:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Потрібно знайти такий розподіл коштів по авіапідприємствах і по роках (оптимальне керування x^*), при якому величина W звертається в максимум.

У цьому прикладі крокові управління були векторами; в інших задачах вони можуть бути простіше і виражатися просто числами.

4.5 Принцип оптимальності Р.Беллмана вирішення задач динамічного програмування

Сформулюємо загальний принцип, що лежить в основі рішення всіх задач динамічного програмування (його часто називають «принципом оптимальності» Р.Беллмана):

*Яким би не був стан системи S перед черговим кроком, треба вибирати управління на цьому кроці так, щоб виграш на даному кроці плюс оптимальний виграш на всіх наступних кроках був максимальним.

Розглянемо кілька практичних рекомендацій, корисних при постановці задач динамічного програмування. Цю постановку зручно проводити в наступному порядку.

1. Вибрати параметри (фазові координати), що характеризують стан S керованої системи перед кожним кроком.

2. Розчленувати операцію на етапи (кроки).

3. З'ясувати набір крокових управлінь x_i для кожного кроку і обмеження, що накладаються на них.

4. Визначити, який виграш приносить на i -му кроці управління x_i якщо перед цим система була в стані S , тобто записати «функції виграшу»:

$$w_i = f_i(S, x_i) \quad (4.1)$$

5. Визначити, як змінюється стан системи S під впливом управління x_i , на i -му кроці:

воно переходить в новий стан S' :

$$S' = \varphi_i(S, x_i) \quad (4.2)$$

6. Записати основне рекурентне співвідношення динамічного програмування, що виражає умовний оптимальний виграш $W_i(S)$ (починаючи з i -го кроку і до кінця) через уже відому функцію $W(S)$:

Основне рекурентне співвідношення ДП, що виражає умовний оптимальний виграш $W_i(S)$ (починаючи з i -го кроку і до кінця) через уже відому функцію $W(S)$

$$W_i(S) = \max_{x_i} \{f_i(S, x_i) + W_{i+1}(\varphi_i(S, x_i))\} \quad (4.3)$$

Цьому виграшу відповідає умовне оптимальне керування на i -му кроці $x_i(S)$ (підкреслимо, що в уже відому функцію $W_{i+1}(S)$ замість S підставлено змінений стан $S' = \varphi_i(S, x_i)$).

7. Провести умовну оптимізацію останнього (m -го) кроку, задаючись гамою станів S , з яких можна за один крок дійти до кінцевого стану, обчислюючи для кожного з них умовний оптимальний виграш за формулою:

$$W_m(S) = \max_{x_m} \{f_m(S, x_m)\} \quad (4.4)$$

і знаходячи умовне оптимальне керування $x_m(S)$, для якого цей максимум досягається.

8. Провести умовну оптимізацію $(m-1)$, $(m-2)$ і т.д. кроків по формулі (4.3), вважаючи в ній $i = (m-1)$, $(m-2)$, ... , і для кожного з кроків вказати умовне оптимальне керування $x_i(S)$, при якому максимум досягається.

Зауважимо, що якщо стан системи в початковий момент відомий (а це зазвичай буває так), то на першому кроці варіювати стан системи не потрібно - прямо знаходимо оптимальний виграш для даного початкового стану S_0 . Це і є оптимальний виграш за всю операцію:

$$W^* = W_1(S_0) \quad (4.5)$$

9. Провести безумовну оптимізацію управління, «читаючи» відповідні рекомендації на кожному кроці. Взяти знайдене оптимальне управління на першому кроці $x_1^* = x_1(S_0)$; змінити стан системи за формулою (4.2); для знову знайденого стану знайти оптимальне управління на другому кроці x_2^* і т. д. до кінця.

Розглянемо кілька додаткових зауважень загального характеру. Обговорювались тільки адитивні задачі динамічного програмування, в яких виграш за всю операцію дорівнює сумі виграшів на окремих кроках. Але метод динамічного програмування застосовується також і до задач з так званим «мультиплікативним» критерієм, що має вигляд множення:

$$W = \prod_{i=1}^m w_i$$

Якщо тільки виграші w_i , позитивні. Ці задачі вирішуються точно так же, як задачі з адитивним критерієм, з тією різницею, що в основному рівнянні замість знаку «плюс» ставиться знак множення $\times$:

$$W_i(S) = \max_{x_i} \{f_i(S, x_i) \times W_{i+1}(\varphi_i(S, x_i))\}$$

Стосовно так званих «безконечношагових» задач динамічного програмування. На практиці зустрічаються випадки, коли планувати операцію доводиться не на певний, а на невизначено довгий проміжок часу, і може цікавити рішення задачі оптимального управління неважно до того, на якому саме етапі операція закінчується. У таких випадках буває зручно розглянути в якості моделі явища безконечношагового керованого процесу, де не існує «особливого» в порівнянні з іншими останнього кроку (всі кроки рівноправні).

Для цього, зрозуміло, потрібно, щоб функції f_i виграшу і функції ϕ_i зміни стану не залежали від номера кроку.

4.6 Типові задачі динамічного програмування. Задача про найкоротший шлях. Задача про набір висоти повітряним судном

Розрахунки в ДП виконуються рекурентно, тобто, оптимальне рішення однієї підзадачі використовується як вхідні дані для наступної. Вирішивши останню підзадачу, ми отримаємо оптимальне рішення вхідної задачі. Спосіб виконання рекурентних обчислень залежить від того, як проводиться декомпозиція вхідної задачі. Зокрема, підзадачі зазвичай пов'язані між собою деякими загальними обмеженнями. Якщо здійснюється перехід від однієї підзадачі до іншої, то повинні враховуватись ці обмеження.

Задача про найкоротший шлях. Припустимо, необхідно вибрати найкоротший шлях між двома містами. Мережа доріг, показана на рис. 4.5, представляє можливі маршрути між вхідним містом, що знаходиться у вузлі 1, та кінцевим пунктом, що знаходиться у вузлі 7. Маршрути проходять через проміжні міста, позначені на мережі вузлами з номерами 2-6.

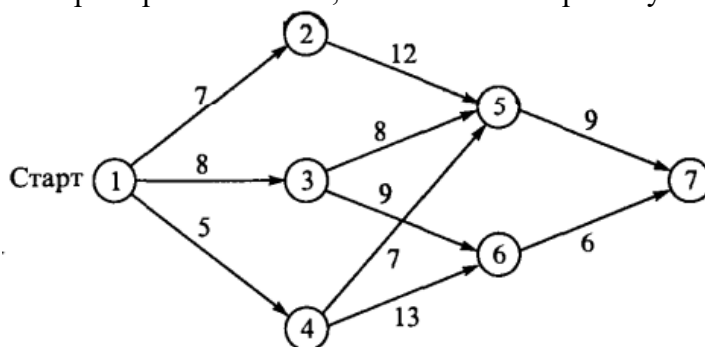


Рисунок 4.5 - Мережа доріг

Ми можемо вирішити цю задачу за допомогою повного перебору всіх маршрутів між вузлами 1 і 7 (є п'ять таких маршрутів). Однак у великій мережі повний перебір є неефективним з обчислювальної точки зору. Щоб вирішити цю задачу за допомогою методів динамічного програмування, спочатку розділимо її на етапи. Вертикальні пунктирні лінії на рис. 4.6 окреслюють три етапи задачі. Далі виконуються обчислення кожного етапу окремо.

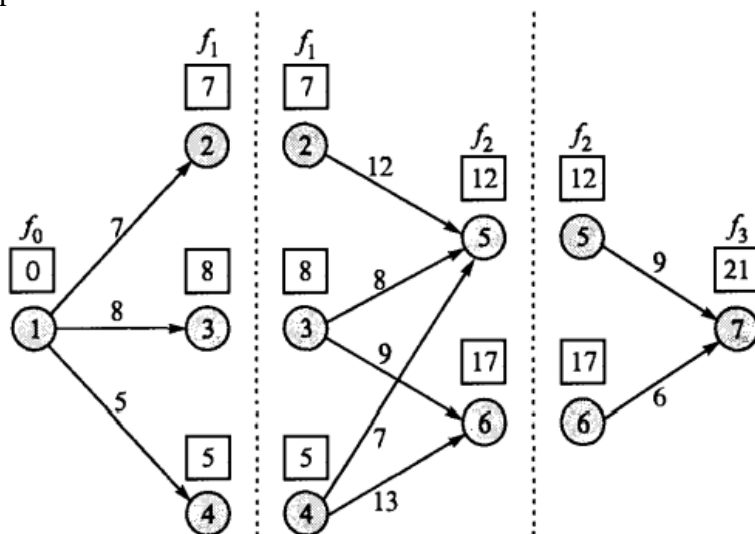


Рисунок 4.6 - Декомпозиція задачі на три етапи

Загальне завдання полягає у обчисленні найкоротших (поступово накопичуваних) відстаней до всіх вершин етапу з подальшим використанням цих відстаней як вихідні дані для наступного етапу. Розглядаючи вузли, що належать до першого етапу, помічаємо, що кожен із вузлів 2, 3 і 4 пов'язаний з початковим вузлом 1 єдиною дугою (рис. 4.6). Отже, для першого етапу маємо таке.

Етап 1. Підсумкові результати.

Найкоротший шлях до вузла 2 дорівнює 7 миль (з вузла 1).

Найкоротший шлях до вузла 3 дорівнює 8 миль (з вузла 1).

Найкоротший шлях до вузла 4 дорівнює 5 миль (з вузла 1).

Далі переходимо до другого етапу для обчислення найкоротших (накопичених) відстаней до вузлів 5 та 6. Розглядаючи вузол 5 першим, рис. 4.6, зауважуємо, що є три можливі маршрути, якими можна досягти вузла 5, а саме (2, 5), (3, 5) і (4, 5). Ця інформація разом з найкоротшими відстанями до вузлів 2, 3 і 4 визначає найкоротшу (накопичену) відстань до вузла 5 наступним чином.

$$(\text{Найкоротший шлях до вузла 5}) = \min_{i=2,3,4} \{(\text{Найкоротший шлях до вузла } i) + (\text{відстань від вузла } i \text{ до вузла 5})\} = \min\{7+2=19; 8+8=16; 5+7=12\} = 12 \text{ (з вузла 4)}$$

Аналогічно для вузла 6 маємо наступне:

$$(\text{Найкоротший шлях до вузла 6}) = \min_{i=3,4} \{(\text{Найкоротший шлях до вузла } i) + (\text{відстань від вузла } i \text{ до вузла 6})\} = \min\{8+9=17; 5+13=18\} = 17 \text{ (з вузла 3)}$$

Етап 2. Підсумкові результати.

Найкоротший шлях до вузла 5 дорівнює 12 миль (з вузла 4). Найкоротший шлях до вузла 6 дорівнює 17 миль (з вузла 3). Останнім кроком є третій етап. Кінцевий вузол 7 можна досягти з вузла 5, так і 6. Використовуючи підсумкові результати етапу 2 і відстані від вузлів 5 і 6 до вузла 7, отримуємо наступне.

$$(\text{Найкоротший шлях до вузла 7}) = \min\{12+9=21; 17+6=23\} = 21 \text{ (з вузла 5)}$$

Етап 3. Підсумкові результати.

Найкоротший шлях до вузла 7 дорівнює 21 милі (з вузла 5).

Наведені обчислення показують, що найкоротша відстань між вузлами 1 та 7 дорівнює 21 милі. Міста, якими проходить найкоротший маршрут, визначаються так. З підсумкових результатів третього етапу виходить, що вузол 7 зв'язується з вузлом 5. Далі з підсумкових результатів другого етапу слідує, що вузол 4 зв'язується з вузлом 5. Нарешті, з підсумкових результатів першого етапу слідує, що вузол 4 зв'язується з вузлом 1. Отже, Оптимальним маршрутом є послідовність **1→4→5→7**.

Задача про набір висоти повітряним судном

Однією з найпростіших задач, що вирішуються методом динамічного програмування, є задача про оптимальні режими набору висоти і швидкості літальним апаратом.

Нехай літак (або інший літальний апарат), що знаходиться на висоті H_0 і має швидкість V_0 , повинен бути піднятий на задану висоту H_w а швидкість його доведена до заданого значення V_w (w - означає кінець процесу). Відомо витрати пального, потрібні для підйому апарату з будь-якої висоти H на будь-яку іншу при незмінній швидкості V ; відомо також витрати пального, потрібні для збільшення швидкості від будь-якого значення V до V_w при незмінній висоті H . Потрібно знайти оптимальний режим набору висоти і швидкості, при якому загальні витрати пального будуть мінімальні.

Для простоти припустимо, що весь процес набору висоти і швидкості розділений на ряд послідовних кроків (етапів) і за кожен крок літак збільшує тільки висоту або тільки швидкість. Будемо зображати стан літака точкою S на площині VOH (рис.4.7), де абсциса V - швидкість літака, а ордината H - його висота.

Очевидно, існує множина можливих управлінь - множина траєкторій, за якими можна

перевести точку S з S_0 в S_ω

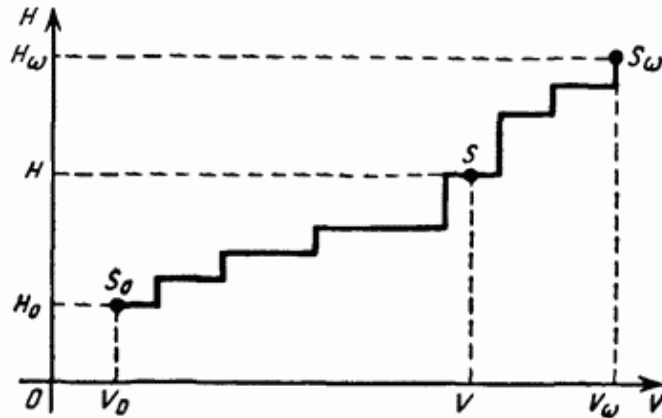


Рисунок 4.7 - Площина VОН рішення задачі

З усіх цих траєкторій потрібно вибрати ту, на якій витрати пального будуть мінімальними.

Число частин інтервалів швидкості і висоти принципового значення не має і може бути вибрано виходячи з вимог до точності виконання задачі.

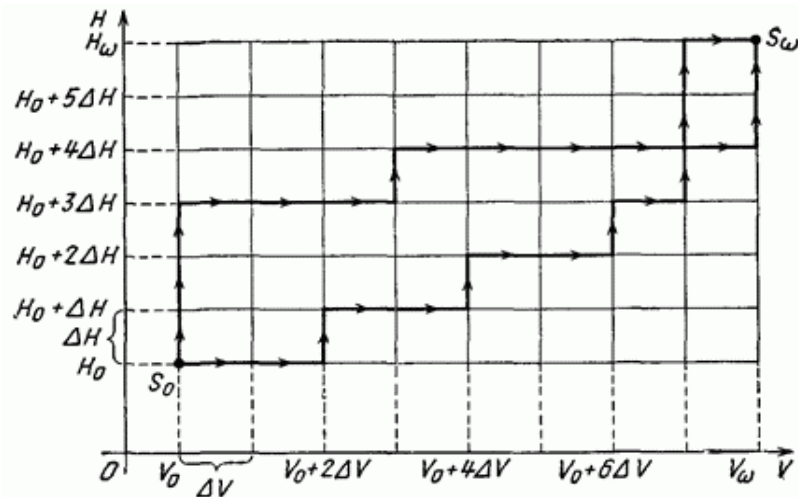


Рисунок 4.8 - Розподіл площини VОН рішення задачі на кроки (етапи)

Щоб оптимізувати управління процесом набору висоти і швидкості (тобто вибрати ту траєкторію, на якій витрати пального мінімальні), треба знати витрати на кожному кроці (горизонтальній або вертикальній ділянці траєкторії). Припустимо, що ці витрати задані (рис.4.9). На кожному відрізку записано витрати пального в умовних одиницях.

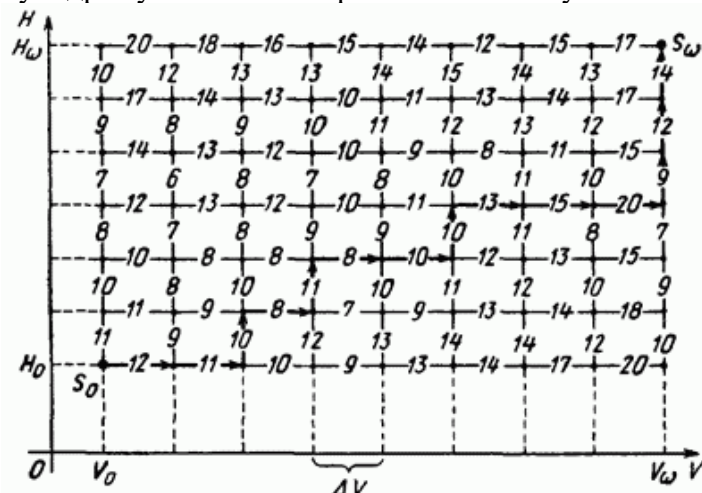


Рисунок 4.9 - Витрати пального на кожному етапі

Будь-якій траєкторії, що переводить S з S_0 в S_w відповідає цілком певна витрата пального, що дорівнює сумі чисел, написаних на відрізках. Наприклад, траєкторія, позначена стрілками на рис.4.9 дає витрати пального:

$$W=12+11+10+8+11+8+10+10+13+15+20+9+12+14=163$$

Потрібно з усіх траєкторій вибрати ту, для якої витрати пального мінімальні.

Розглянемо окремо правий верхній кут прямокутної просторової сітки (рис.4.10) з кінцевою точкою S_w . В цю точку можна за один крок переміститися з двох сусідніх точок: B_1 B_2 причому з кожної - лише одним способом, так що вибору умовного управління на останньому кроці у нас немає - він єдиний. Якщо передостанній крок привів нас в точку B_1 ми повинні рухатися по горизонталі (набирати швидкість) і витратити 17 одиниць пального; якщо в точку B_2 - йти по вертикалі (набирати висоту) і витратити 14 одиниць.

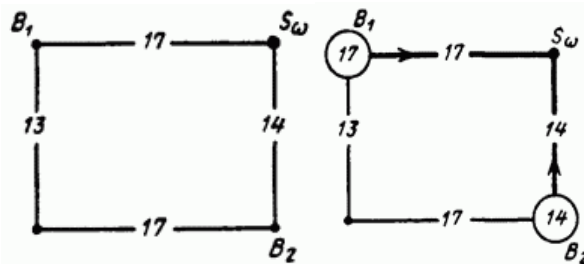


Рисунок 4.10 - Правий верхній кут прямокутної сітки VОН

Запишемо ці мінімальні (в даному випадку просто немінучі) витрати в спеціальних кружках, які поставимо в точках B_1 B_2 (рис.4.10). Запис «17» в кружку B_1 означає: «якщо ми прийшли в B_1 , то мінімальні витрати пального, що переводить нас в точку S_w дорівнює 17 одиницям».

Аналогічний сенс має запис «14» в кружку у точки B_2 . Оптимальне управління, що приводить до цієї витрати, позначено в кожному випадку стрілкою, що виходить з кружка. Стрілка вказує той напрямок, по якому ми повинні рухатися з даної точки, якщо в результаті попередньої нашої діяльності виявилися в ній.

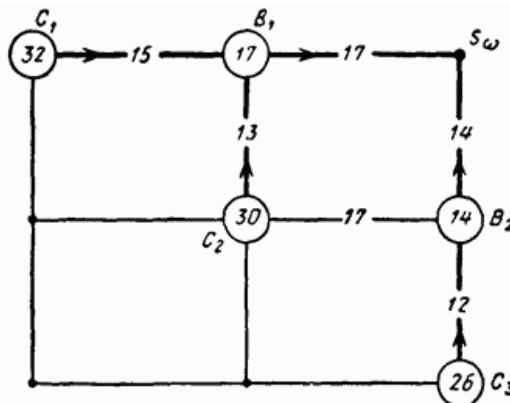


Рисунок 4.11 - Подальше знаходження мінімальних витрат пального по сітці VОН

Щоб знайти в вузловій точці оптимальне управління, потрібно переглянути два можливих шляхи з цієї точки: направо і вгору, і для кожного з них знайти суму витрат пального на цьому кроці і мінімальної витрати пального на оптимальному продовженні шляху, вже побудованому для наступної точки, куди веде даний шлях. З двох шляхів (вправо і вгору) вибирається той, для якого ця сума менше (якщо суми рівні, вибирається будь-який шлях).

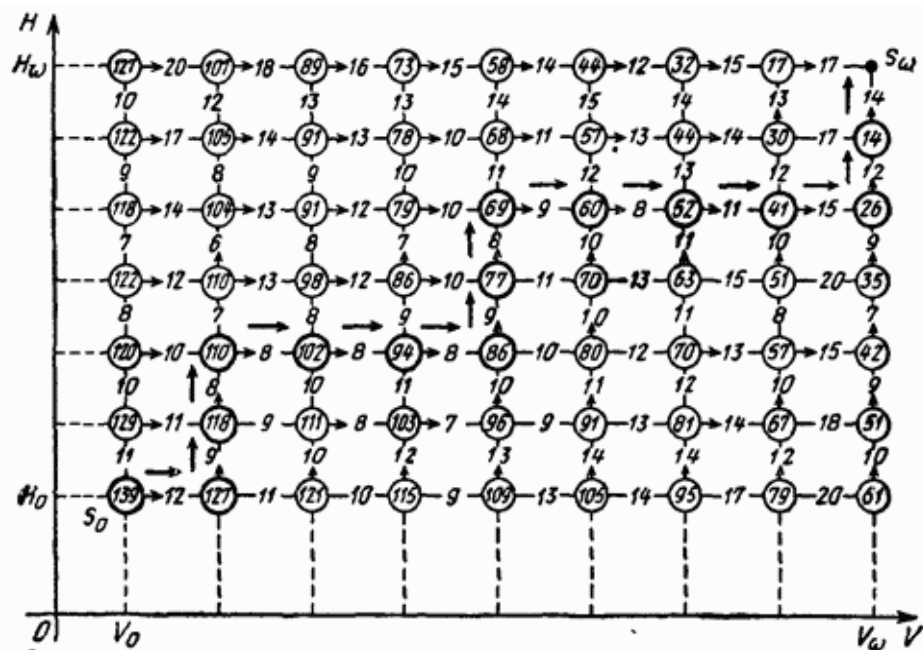


Рисунок 4.12 - Оптимальне управління процесом набору висоти

Таким чином, поставлена задача вирішена. Оптимальне управління знайдено. Воно полягає в наступному:

- на першому кроці збільшувати тільки швидкість, зберігаючи незмінною висоту H_0 і довести швидкість до $V_0 + \Delta V$;
- на другому і третьому етапах збільшити висоту до $H_0 + 2\Delta H$ зберігаючи швидкість незмінною;
- на четвертому, п'ятому і шостому етапах знову набирати швидкість, поки вона не стане рівною $V_0 + 4\Delta V$;
- на сьомому і восьмому кроках набирати висоту і довести її до $H_0 + 4\Delta H$;
- на дев'ятому, десятому, одинадцятому та дванадцятому кроках знову набирати швидкість і довести її до заданого кінцевого значення V_w ;
- на останніх двох кроках (тринадцятому і чотирнадцятому) набирати висоту до заданого значення H_w .

Неважко на ряді прикладів переконатися, що знайдене управління дійсно є оптимальним і на будь-який інший траєкторії витрати пального будуть більше (або, по крайній мірі, не менші).

Основні категорії та поняття. Метод мережевого планування, структурно-часова таблиця, мережевий графік, динамічне програмування, багатокрокові процеси, виграш і управління, принцип оптимальності.

Питання для самоперевірки:

1. Поясніть метод мережевого планування при прийнятті рішень.
2. Назвіть типові задачі мережевого планування.
3. Опишіть процедуру упорядкування в мережевому плануванні.
4. Який склад структурно - часових таблиць в мережевому плануванні?
5. Схарактеризуйте мережеві графіки виконання дій оператором авіаційно-транспортної системи.
6. Яка послідовність побудови мережевого графіка.
7. Схарактеризуйте структурно-часову таблицю переліку дій оператора авіаційно-транспортної системи.
8. Охарактеризуйте задачі динамічного програмування.

9. Розкрийте поняття про багатокрокові процеси.
10. Розкрийте поняття щодо виграшу і управління.
11. Назвіть типові задачі динамічного програмування.
12. Схарактеризуйте модель задачі динамічного програмування.
13. Сформулюйте основний принцип оптимальності, що лежить в основі рішення всіх задач динамічного програмування.
14. Поясніть задачу про найкоротший шлях.
15. Поясніть задачу про набір висоти повітряним судном.
16. Чим метод динамічного програмування відрізняється від методу лінійного програмування?

Тема 5. Прийняття рішень в умовах ризику

ПЛАН

5.1 Показники небезпеки і ризику в цивільній авіації. Формальний опис ризику.

5.2 Етапи прийняття рішень в умовах ризику.

5.3 Методи вирішення задач в умовах ризику: критерій очікуваного значення; критерій очікуваного значення - дисперсії; критерій найбільш вірогідного значення.

5.4 Критерій очікуваного значення. Приклад задачі.

5.1 Показники небезпеки і ризику в цивільній авіації. Формальний опис ризику

Цивільна авіація характеризується ризиком і небезпекою при виконанні основного виду робіт: повітряних перевезень.

Загроза - стан, об'єкт або діяльність, які потенційно можуть бути причиною негативної події, пов'язаної зі зниженням рівня безпеки польотів. У більш загальному вигляді - джерело небезпеки, локалізоване у часі і просторі, з ознаками вражаючих факторів.

Небезпека - стан системи, в якій може статися небезпечна (прогнозована ризикова) подія при даній виявленій загрозі по деяких факторах, якщо ці фактори можуть проявитися.

Ризик - можливість негативної події, пов'язаної зі зниженням рівня безпеки польотів, яка вимірюється з точки зору ймовірності її настання і тяжкості наслідків.

Ризик - об'єктивна характеристика або міра кількості небезпеки в деякому прогнозованому стані за умови, що ще не здійснена небезпечна подія може випадково статися і принести наслідки у вигляді шкоди або збитку.

З точки зору ПР в умовах ризику розуміють ситуацію, коли кожна дія приводить до одного з множини можливих результатів, причому кожен результат має відому ймовірність появи. Передбачається, що ЛПР ці ймовірності заздалегідь відомі.

Ризик - це можлива небезпека, дія навімання, що вимагає, з одного боку, сміливості в надії на щасливий результат, з іншого - врахування математичного обґрунтування ступеня ризику.

Фактор ризику БП - будь-яке явище (дія або бездіяльність, випадок, умова або обставина), наявність або відсутність якого збільшує ймовірність негативної події в забезпеченні БП.

Ризик оцінюють в залежності від ідентифікації небезпек, визначаючи ймовірність наслідків, які виникають з них.

Формальний опис ризику. Ризик - можливість отримання небажаного результату. Величина ризику визначається як добуток величини події на можливість її виникнення:

$$R = A \times P,$$

де R - ризик;

A - наслідок небажаної події (особливі випадки в польоті (ОВП));

P - ймовірність виникнення ОВП.

Діапазон A досить широкий - від економічних до соціальних наслідків.

Типи задач з урахуванням ризику:

- зі зменшенням ризику;
- з мінімізацією ризику;
- з оптимізацією ризику.

Фактори ризику для безпеки польотів, що зустрічаються в авіаційній діяльності, контролюються для досягнення цільових показників ефективності забезпечення безпеки польотів. Цей процес відомий як управління факторами ризику для безпеки польотів і включає виявлення небезпечних факторів, оцінку факторів ризику для безпеки польотів та здійснення належних заходів щодо їх зменшення (Doc 9859. Керівництво з управління безпекою польотів). Процес управління факторами ризику для безпеки польотів надано на рис.5.1

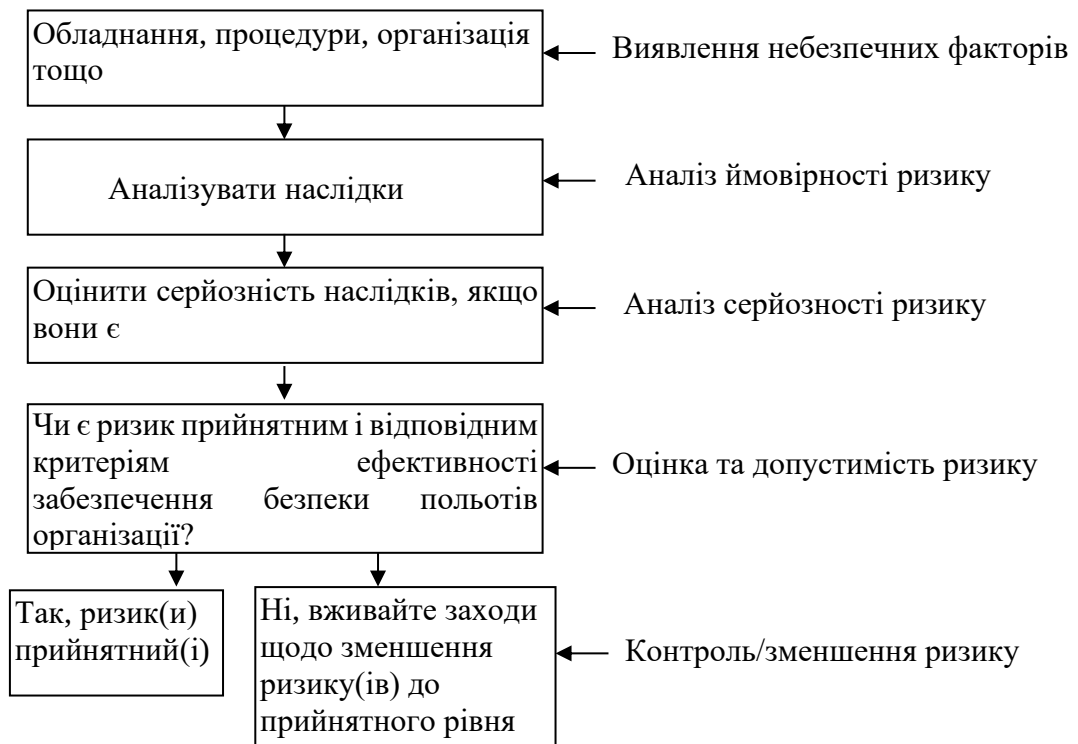


Рисунок 5.1 - Процес управління факторами ризику для БП

Оцінка ризику для БП (risk assesment) включає в себе послідовне виконання стандартизованих наукомістких процесів, що носять, як правило, дослідницький характер:

1. Ідентифікація ризику (risk identification) - інтерактивний процес виявлення, розпізнавання і опису ризиків, обумовлених впливом виявлених чинників небезпеки. Ідентифікації підлягають всі ризики для БП, незалежно від їх походження і від того, чи знаходяться їх джерела і засоби впливу в межах відповідальності, повноважень або контролю авіакомпанії.

2. Аналіз ризику (risk analysis) - процес розуміння природи ризику та визначення його рівня за ймовірністю авіаційних подій фіксованого ступеня тяжкості (інцидент - серйозний інцидент - аварія – катастрофа). Являє собою систематичне використання інформації, що дозволяє ідентифікувати джерела ризиків і прогнозувати ризики (визначати ймовірність авіаційних подій в майбутніх польотах). Системний підхід реалізується використанням основних наукових положень системного аналізу.

3. Оцінювання ризику (risk avaluation) - процес порівняння результатів аналізу ризику до встановлених критеріїв ризику для визначення, чи є ризик для БП прийнятним або допустимим. Критерії ризику встановлюються в авіакомпанії щорічно, виходячи із значень показників прийнятного рівня БП.

З метою досягнення цілеспрямованості в управлінні ризиком для БП при виявленні неприйнятного значення ймовірності АП виконується факторний аналіз ризику з диференціюванням його за компонентами (по групах причинних факторів «Людина» - «ПС» - «середовище», за типами і класами експлуатованих ПС).

В матеріалах Курсу ІКАО по системам управління безпекою польотів (СУБП) Версія № 13 (06/04/2010) надано матрицю ризику.

Матриця ризику - інструмент для ранжирування та подання ризиків з визначенням діапазонів для наслідків і їх ймовірностей.

Імовірність виникнення події чи умов	Значення	Величина
Часто (від 1 до 10^{-3} за годину)	Трапляється дуже часто	5
Періодично (від 10^{-3} до 10^{-5} за годину)	Трапляється інколи	4
Рідко (від 10^{-5} до 10^{-7} за годину)	Імовірність виникнення мала	3
Малоймовірно (від 10^{-7} до 10^{-9} за годину)	Дуже мала імовірність виникнення	2
Майже не можливо ($<10^{-9}$ за годину)	Імовірність настання майже неможлива	1

Рисунок 5.2 - Ймовірність подій

Серйозність події	Значення	Рівень
Катастрофічна	- значні людські жертви; - знищення обладнання, майна	A
Небезпечна	- серйозні тілесні ушкодження; - значне пошкодження обладнання, майна - серйозне зменшення рівня безпеки польотів, настання фізичного стресу чи такого робочого навантаження, коли немає впевненості в правильному і повному виконанні завдань персоналом	B
Значна	- серйозний інцидент; - незначні тілесні ушкодження; - суттєве зменшення рівня безпеки польотів, зниження можливостей персоналу справлятися з несприятливими експлуатаційними умовами внаслідок збільшення робочого навантаження чи виникнення умов, що знижують ефективність їхньої роботи	C
Незначна	- інцидент; - пошкодження; - виробничі обмеження; - застосування правил на випадок аварійної ситуації;	D
Несуттєва	Несуттєві наслідки	E

Рисунок 5.3 - Ступені серйозності ризику

Імовірність ризику	Серйозність ризику				
	катастрофічна A	небезпечна B	значна C	незначна D	несуттєва E
часто 5	5A	5B	5C	5D	5E
періодично 4	4A	4B	4C	4D	4E
рідко 3	3A	3B	3C	3D	3E
малоймовірно 2	2A	2B	2C	2D	2E
майже неможливо 1	1A	1B	1C	1D	1E

Рисунок 5.4 - Матриця ризику. Індекс - допустимість ризику

Залежно від привласненого індексу встановлюються три рівні пріоритетності ризику: 5A, 5B, 5C, 4B, 4A, 3A – ризик неприпустимий, 2A, 2B, 3B, 4C, 3C, 2C, 5D, 4D, 3D, 5E, 4E – допустимий за умови розробки заходів; 1A, 1B, 1C, 2D, 1D, 3E, 2E, 1E-ризик прийнятний,

заходів не потрібно.

5.2 Етапи прийняття рішень в умовах ризику

Розглянемо положення теорії ПР в умовах ризику.

Якщо рішення приймається в умовах ризику, то результати альтернативних рішень зазвичай описуються ймовірнісними розподілами.

Процес ПР складається з етапів:

Етап 1. Попередній аналіз. На цьому етапі формулюється проблема і визначаються можливі варіанти дій, які можна зробити в процесі її рішення.

Етап 2. Структурний аналіз. Цей етап передбачає структурування проблеми на якісному рівні, на якому ЛПР намічає основні кроки процесу прийняття рішень і намагається впорядкувати їх у вигляді деякої послідовності. Для цієї мети будується дерево рішень

Дерево рішень будується за допомогою п'яти елементів:

- 1) момент прийняття рішення;
- 2) точка виникнення події;
- 3) зв'язок між рішеннями і подіями;
- 4) ймовірність настання події (сума ймовірностей в кожній точці повинна бути 1);
- 5) очікуване значення (наслідки) - кількісне вираження кожної альтернативи, розташоване в кінці гілки.

Дерево рішень має два типи вершин: вершини рішення (позначені квадратами) і вершини випадки (позначені кружечками). У вершинах рішеннях вибір повністю залежить від ЛПР, в вершинах випадках ЛПР не повністю контролює вибір, так як випадкові події можна передбачити лише з певною ймовірністю.

Етап 3. Аналіз невизначеності. На цьому етапі ЛПР встановлює значення ймовірності для тих гілок на дереві рішень, які починаються в вершинах випадків. При цьому отримані значення ймовірностей підлягають перевірці на наявність внутрішньої узгодженості. Для отримання значень ймовірності залучається вся доступна інформація: статистичні дані, результати моделювання, експертна інформація і т. д.

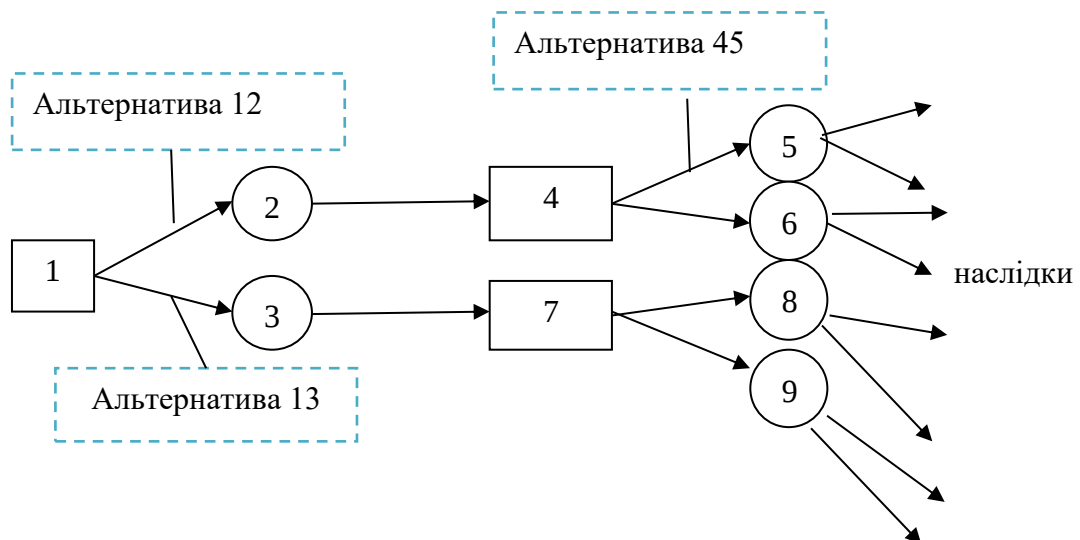


Рисунок 5.5 - Дерево рішень

Етап 4. Аналіз корисності. На даному етапі слід отримати кількісні оцінки корисності наслідків (результатів), пов'язаних з реалізацією того чи іншого шляху на дереві рішень. Результати (наслідки прийнятих рішень) оцінюються за допомогою функції корисності фон Неймана - Моргенштерна, яка кожному результату u_k ставить у відповідність його корисність. Побудова функції корисності здійснюється на основі знань ЛПР та експертів.

Етап 5. Процедури оптимізації. Оптимальна стратегія дій (альтернатива, шлях на

дереві рішень) може бути знайдена за допомогою обчислень, а саме: максимізації очікуваної корисності на всьому просторі можливих результатів. Одна з умов постановки задачі оптимізації - наявність адекватної математичної моделі, яка пов'язує параметри оптимізації (в даному випадку це альтернативні варіанти дій) зі змінними, що входять в цільову функцію (функція корисності). У методах теорії корисності такі моделі мають ймовірнісний характер і засновані на тому, що оцінка ймовірності очікуваного результату може бути використана для введення числових оцінок можливих ймовірних розподілів на кінцевому безлічі випадків.

5.3 Методи вирішення задач в умовах ризику: критерій очікуваного значення; критерій очікуваного значення - дисперсії; критерій найбільш вірогідного значення

Математичні методи ПР в умовах ризику (найбільш поширені):

1. Критерій очікуваного значення (доцільно в разі часто повторюваних ситуацій).
2. Критерій: очікуване значення - дисперсія (для рідко повторюваних ситуацій, закладений розрахунок дисперсії при ПР).
3. Критерій граничного рівня. Цей критерій не має чітко вираженого математичного формулювання і заснований в значній мірі на інтуїції і досвіді ЛПР. При цьому ЛПР на підставі суб'єктивних міркувань визначає найбільш прийнятний спосіб дій.
4. Критерій найбільш ймовірного результату. Цей критерій передбачає заміну випадкової ситуації детермінованою шляхом заміни випадкової величини прибутку (або витрат) єдиним значенням, що має найбільшу ймовірність реалізації. Використання даного критерію, в значній мірі спирається на досвід і інтуїцію.

5.4 Критерій очікуваного значення. Приклад задачі

Використання критерію очікуваного значення обумовлено прагненням максимізувати очікуваний прибуток (або мінімізувати очікувані витрати). Використання очікуваних величин припускає можливість багаторазового вирішення однієї і тієї ж задачі, поки не будуть отримані досить точні розрахункові формули. В даному випадку мається на увазі, що прибуток (витрати), пов'язаний з кожним альтернативним рішенням, є випадковою величиною.

Математично це виглядає так: нехай X випадкова величина з математичним очікуванням $M(X)$ і дисперсією $D(X)$.

Якщо $x_1, x_2, \dots, x_n$ значення випадкової величини X , то середнє арифметичне їх (вибіркове середнє) значень $X_{cp} = \sum x_i / n$ і має дисперсію $D(X)/n$. Таким чином, якщо кількість значень $n \rightarrow \infty$, тоді вибіркове середнє близько до математичного сподівання $M(X)$.

Іншими словами, при досить великому обсязі вибірки різниця між середнім арифметичним і математичним очікуванням прагне до нуля (так звана гранична теорема теорії ймовірності). Отже, використання критерію очікуваного значення справедливо тільки в разі, коли одне і теж рішення доводиться застосовувати досить велике число раз. Вірно і зворотне: орієнтація на очікування буде приводити до невірних результатів, для рішень, які доводиться приймати невелику кількість разів.

Тоді для кожного альтернативного рішення, очікувані значення знаходять за формулою:

$$M[X] = \sum p_i \cdot x_i \quad (5.1)$$

Отримані значення порівнюють і вибирають кращий варіант:

$$\begin{cases} \max M[X], \text{ якщо } X - \text{прибуток} \\ A = \min M[X], \text{ якщо } X - \text{збитки} \\ \max M[X], \text{ якщо } X - \text{колективні рішення} \end{cases} \quad (5.2)$$

Таким чином, прийняте рішення ґрунтується на використанні критерію очікуваного значення, відповідно до якого альтернативні рішення порівнюються з точки зору максимізації очікуваного прибутку або мінімізації очікуваних витрат. Такий підхід має свої

недоліки, які не дозволяють використовувати його в деяких ситуаціях. Для них розроблені модифікації згаданого критерію.

Приклад задачі. У наведеному нижче прикладі розглядається проста ситуація, пов'язана з прийняттям рішення при наявності кінцевого числа альтернатив і точних значень матриці доходів.

Припустимо, що інвестор хоче вкласти 100 000 у.о. В акції однієї з двох авіакомпаній: К або В. Акції авіакомпанії К є ризикованими, але можуть принести 50% прибутку від суми інвестиції протягом наступного року. Якщо умови будуть несприятливі (низький рівень авіаперевезень), сума інвестиції може знецінитися на 20%. Авіакомпанія В забезпечує безпеку інвестицій з 15% прибутку в сприятливих умовах (високий рівень авіаперевезень) і тільки 5% - в умовах несприятливих. Всі аналітичні публікації в галузі авіаперевезень, з якими можна познайомитися, з імовірністю 60% прогнозують зростання авіаперевезень і з ймовірністю 40% - зниження авіаперевезень. В яку авіакомпанію слід вкласти гроші?

Інформація, пов'язана з прийняттям рішення, зведена в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Вхідні дані задачі

Альтернативні рішення	Прибуток за один рік від інвестиції 100 000 у.о.	
	При зростанні авіаперевезень (у.о.)	При зниженні авіаперевезень (у.о.)
Акції авіакомпанії К	50000	- 20000
Акції авіакомпанії В	15000	5000
Ймовірність події	0,6	0,4

Ця задача може бути також представлена у вигляді дерева рішень, показаного на рис. 5.6

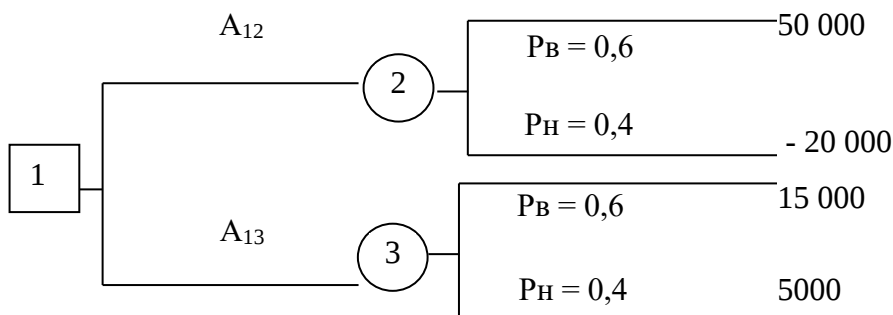


Рисунок 5.6 - Дерево рішень для задачі інвестування

A_{12} - інвестиції в авіакомпанію К

A_{13} - інвестиції в авіакомпанію В

На цьому рисунку використовується два типи вершин: квадрат представляє «вирішальну» вершину (де приймається рішення), а кружок – «випадкову» (поява випадків). Таким чином, з вершини 1 («вирішальна») виходять дві гілки, що представляють альтернативи, пов'язані з купівлею акцій авіакомпанії К або В. Далі дві гілки, що виходять з «випадкових» вершин 2 і 3, відповідають випадкам зростання і зниження авіаперевезень з можливостями їх появи і відповідними платежами.

Виходячи з даних рис.5.6 отримуємо очікуваний прибуток за рік для кожної з двох альтернатив A_{12} , A_{13} , використовуючи вираження (5.1 - 5.2):
Для акцій компанії К: $M_{12} = 50000 * 0,6 + (-20000) * 0,4 = 22000$ (у.о.).

Для акцій компанії В: $M_{13} = 15000 * 0,6 + 5000 * 0,4 = 11000$ (у.о.).

Оптимальним рішенням, заснованим на цих обчисленнях, є покупка акцій компанії К.

Основні категорії та поняття. Загроза, небезпека, ризик, фактор ризику, матриця ризику, дерево рішень, методи ПР в умовах ризику, критерій очікуваного значення.

Питання для самоперевірки:

1. Які терміни вживаються в цивільній авіації для опису негативних наслідків різних ситуацій?
2. Розкрийте процес управління факторами ризику для БП.
3. Що означає прийняття рішення в умовах ризику, чим характеризується така ситуація?
4. Розкрийте суть формального опису ризику.
5. Які авіаційні документи регламентують розробку програм з управління безпекою польотів, що включають розрахунок ризиків?
6. Які етапи включає процес оцінки ризику для БП?
7. Які методи можна застосовувати для складання матриць ризику в авіапідприємствах?
8. З яких етапів складається процес ПР в умовах ризику?
9. Що характерно для етапу аналізу невизначеності процесу ПР в умовах ризику?
10. Які етапи вимагають дослідницької, аналітичної роботи, найбільш трудомісткі?
11. Якого виду інформація потрібна для реалізації етапів ПР в умовах ризику?
12. Опишіть найбільш поширені математичні методи ПР в умовах ризику?
13. У яких випадках застосовується критерій очікуваного значення?
14. Розкрийте метод критерію очікуваного значення.

Тема 6. Прийняття рішень в умовах невизначеності

ПЛАН

6.1 Невизначеності в задачах прийняття рішень

6.2 Матриця рішень. Оціночна функція.

6.3 Класичні критерії прийняття рішень в умовах невизначеності. Критерій Вальда. Критерій Гурвіца. Критерій Севіджа. Критерій Лапласа.

6.4 Задача вибору оптимального аеродрому посадки як задача прийняття рішень в умовах невизначеності.

6.1 Невизначеності в задачах прийняття рішень

ПР в умовах невизначеності: будь яке прийняте рішення може призвести до одного з багатьох можливих наслідків, ймовірність появи яких невідома.

Розглядають різні види невизначеностей, наприклад, види невизначеності (за кількістю відсутньої інформації про елементи рішення):

- невідомість;
- недостовірність (неповнота, недостатність, неадекватність);
- неоднозначність.

Зниження невизначеності, необхідної для прийняття рішення, в практичній діяльності можна забезпечити:

- збором інформації, що зменшує невизначеність ситуації;
- обробкою інформації методами аналізу, прогнозу, сценарію і визначення причин, форм і наслідків невизначеності;
- розробкою моделей, адекватних реальних ситуацій, і отриманням в результаті моделювання значень цільових величин, функціональних залежностей станів об'єкта управління та його навколишнього середовища.

Особливостями аналізу, оцінки ситуації та ПР в умовах невизначеності в складних системах є:

1. Наявність в керуючій системі в якості елемента ЛПР, що здійснює управління на основі суб'єктивних даних, які призводять до великої різноманітності поведінки системи.
2. Алгоритм управління будує сама система управління, переслідуючи крім цілей головної системи свої цілі, що не завжди збігаються з зовнішніми.
3. На цьому етапі аналізу ситуації і ПР в ряді випадків виходять не з фактичної ситуації, а з тієї моделі, яку використовує ЛПР.
4. У процесі прийняття рішень велику роль відіграють логічні міркування ЛПР, що не піддаються формалізації класичними методами математики.
5. При виборі керуючого впливу ЛПР може оперувати нечіткими поняттями, відносинами і висловлюваннями.
6. У більшості класів задач управління АСУ відсутні об'єктивні критерії оцінювання досягнення цільового та поточного стану об'єкта управління, а також статистичних даних для визначення імовірнісних законів наслідків для конкретного прийнятого рішення.

Таким чином, методи прийняття рішень, які використовуються для детермінованих (ПР в умовах визначеності) і імовірнісних рішень (ПР в умовах ризику), для даного класу задач незастосовні.

Залежно від характеру невизначеності задачі діляться на ігрові та статистичні. В ігрових задачах невизначеність вносить своїми свідомими діями противник (теорія ігор).

Умови статистично невизначених задач залежать від об'єктивної дійсності (природи) - теорія статистичних рішень. Теорія статистичних рішень пропонує кілька критеріїв оптимальності вибору рішень. Вибір того чи іншого критерію не формалізується, він здійснюється людиною, яка приймає рішення, суб'єктивно, виходячи з його досвіду, інтуїції тощо.

Також застосовуються експертні методи для зниження невизначеності і рішення такого типу задач.

Авіаційно-транспортна система відноситься до складних полієргатичних систем, наявність колективу людей в контурі управління якої, значно ускладнює прогнозування процесів змінення стану об'єктів в системі (літальних апаратів, їх сукупності чи авіатransпортних потоків). Особливістю системи є те, що авіаційний оператор приймає рішення в умовах невизначеності навколишнього середовища, при неповноті заданих цілях, суперечливих показниках ефективності для визначення багатокритеріальної мети управління.

Наприклад, основним завданням співробітників авіакомпанії в разі затримки рейсу є мінімізація часу затримки. Прийняття рішення в ситуації затримки рейсу диспетчером із ЗП залежить не лише від нього, але і від рішень (дій) інших співробітників авіакомпанії, аеропортових служб та ін., це взаємопов'язана діяльність, яка повинна бути чітко організованою і спланованою. Основними джерелами невизначеності при виникненні ситуації затримки рейсу можна вважати зовнішнє середовище, техніко-технологічне та внутрішнє середовище авіакомпанії. Авіакомпанія є складною структурою, яка функціонує в складі авіаційно-транспортної системи. Якщо розглядати прийняття рішення в структурі авіакомпанії, то можна визначити основні джерела невизначеності при прийнятті рішення в умовах затримки рейсу: недоліки технічного обслуговування ПС; недостатня кількість резервних ПС та екіпажів; неналежна організація взаємодії та обміну інформацією між структурними підрозділами; недоліки професійної підготовки авіафахівців (професійних умінь, так і психологічної готовності до виникнення нештатної ситуації); складність прогнозування таких ситуацій; недоліки метеоінформаційного забезпечення.

Моделювання розвитку позаштатних польотних ситуацій, що характеризуються високим рівнем неповноти і невизначеності наявної інформації, можливе за допомогою методів ПР в умовах невизначеності:

- прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (ризик), коли дані можна описати за допомогою імовірнісних розподілів (для вибору оптимальної альтернативи можливе застосування критеріїв очікуваного значення, очікуваного значення-дисперсії тощо);

- прийняття рішень в умовах невизначеності, коли ймовірнісні розподіли невідомі (для вибору оптимальної альтернативи застосовуються критерії Вальда, Лапласа, Севіджа, Гурвіца).

6.2 Матриця рішень. Оціночна функція

Прийняття рішення в умовах невизначеності полягає у формуванні одностовпцевої матриці рішень і зведенні задачі до повної визначеності. Ця процедура виконується за допомогою застосування різних оціночних функцій, в якості котрих можуть використовуватися функція максимуму (мінімуму) математичного очікування, середнього значення за критерієм та інші.

Нехай задана $(n \times m)$ - матриця рішень $\{y_{ij}\}$.

Оціночною функцією називається вектор-функція ψ , що перетворює цю матрицю в одностовпцеву матрицю $\{y_i\}$:

$$y_i = \psi_i(y_{11}, y_{12}, \dots, y_{nm})$$

тобто y_i залежить від усіх елементів вхідної матриці. Багато методів прийняття рішень мають оціночні функції виду: коли i -й елемент одностовпцевої матриці залежить тільки від елементів i -го рядка вхідної матриці рішень.

Дані, необхідні для прийняття рішень в умовах невизначеності, зазвичай задаються в формі матриці (таблиця 6.1), рядки якої відповідають можливим діям (альтернативам, стратегіям): $A = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m\}$, а стовпці - факторам, що впливають на ПР: $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n\}$.

Таблиця 6.1 - Матриця рішень

		Фактори					
		λ_1	λ_2	...	λ_j	...	λ_n
Стратегії	A ₁	U ₁₁	U ₁₂	...	U _{1j}	...	U _{1n}
	A ₂	U ₂₁	U ₂₂	...	U _{2j}	...	U _{2n}
	...	...	...	...	...	...	...
	A _j	U _{i1}	U _{i2}	...	U _{ij}	...	U _{in}
	...	...	...	...	...	...	...
	A _m	U _{m1}	U _{m2}	...	U _{mj}	...	U _{mn}

6.3 Класичні критерії прийняття рішень в умовах невизначеності. Критерій Вальда. Критерій Гурвіца. Критерій Севіджа. Критерій Лапласа

Розглянемо класичні критерії прийняття рішення - Лапласа, Вальда, Севіджа і Гурвіца. Основна відмінність між зазначеними критеріями визначається стратегією поведінки людини, що приймає рішення (ЛПР) в умовах невизначеності. Наприклад, при виборі запасного аеродрому (ЗА) критерій Лапласа заснований на більш оптимістичних припущеннях, ніж мінімаксий критерій, він використовується в разі регулярних рейсів. Критерій Вальда використовується в разі рідко виконуваних рейсів і є песимістичним. Критерій Гурвіца в свою чергу можна використовувати при різних підходах: від найбільш оптимістичного до найбільш песимістичного за допомогою коефіцієнта оптимізму-песимізму. За допомогою нього приймається рішення, що дає гарантований результат. Критерій Севіджа мінімізує втрати в разі, якщо ЛПР прийняла не найкраще для неї рішення.

При формулюванні висновків слід мати на увазі, що критерії Вальда і Севіджа використовують для прийняття разових і відповідальних рішень. Критерії Гурвіца, Лапласа - при менш відповідальних, коли задача повторюється багато разів (наприклад, при оперативному плануванні польотів).

Критерій Вальда. Цей критерій є найбільш обережним, оскільки він ґрунтується на виборі найкращої з найгірших можливостей. Оптимальне рішення визначається за наступним правилом:

$$A^* = \max_i \min_j \{u_{ij}\} \quad (6.1)$$

Отримане рішення дає гарантований результат - краще рішення з найгірших альтернатив.

Такий підхід природний для того, хто дуже боїться програти.

Критерій Лапласа. Цей критерій спирається на відомий принцип недостатнього обґрунтування і застосовується в тих випадках, коли рішення приймається багато разів. Стани $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n$ мають рівні ймовірності, тоді вхідна задача може розглядатися як задача прийняття рішення в умовах ризику, і вибирається дія A_i, що дає найбільший очікуваний виграш. Тобто, знаходиться дія (альтернатива) - A^{*}, відповідна:

$$A^* = \max \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_{ij} \right\} \quad (6.2)$$

де n - кількість факторів.

Критерій Гурвіца. Цей критерій охоплює ряд різних підходів до прийняття рішень: від найбільш оптимістичного до найбільш песимістичного за допомогою коефіцієнта оптимізму-песимізму α :

$$A^* = \max_i \{ \alpha \max_j \{u_{ij}\} + (1 - \alpha) \min_j \{u_{ij}\} \} \quad (6.3)$$

де $0 \leq \alpha \leq 1$.

При найбільш оптимістичному підході ($\alpha = 1$) можна вибрати дію, що дає:

$$A^* = \max_i \max_j \{u_{ij}\} \quad (6.4)$$

Аналогічно при найбільш песимістичних припущеннях ($\alpha = 0$) обирається дія:

$$A^* = \max_i \min_j \{u_{ij}\} \quad (6.5)$$

Критерій Гурвіца трансформується в критерій Вальда, який характеризується обережністю при виборі рішення.

Значення α між 0 і 1 може визначатися в залежності від схильності особи, що приймає рішення, до песимізму або оптимізму. При відсутності яскраво вираженої схильності вибирають $\alpha=0,5$; що представляється найбільш розумним.

Критерій Севіджа.

Модифікацією критерію Вальда є критерій Севіджа. Він мінімізує втрати ЛПР за рахунок вибору належного варіанта A_j . Оптимальне рішення за критерієм Севіджа визначаємо за наступним правилом:

$$A^* = \min_i \max_j \{r_{ij}\} \quad (6.6)$$

де r_{ij} матриця втрат: $r_{ij} = \max_j u_{ij} - u_{ij}$, $i = 1, m$

Необхідно сформувати проміжну матрицю «жалю» (втрат) r_{ij} . У кожному рядку вхідної матриці визначаємо максимальний елемент $\max_j u_{ij}$ і віднімаємо з нього всі інші елементи рядка. Виходить нова матриця втрат ЛПР, якщо вона не приймає оптимального рішення. Мінімаксний критерій, який застосовується до отриманої матриці втрат, призводить до вибору оптимального рішення.

Якщо рекомендації, що впливають з різних критеріїв, збігаються, значить вибирається рекомендоване рішення.

6.4 Задача вибору оптимального аеродрому посадки як задача прийняття рішень в умовах невизначеності

Відповідно до встановлених правил кожного польоту повинна передувати ретельна підготовка. Перед кожним польотом, екіпажі ПС в результаті попередньої підготовки повинні бути забезпечені всією необхідною передпольотною інформацією.

Задача вибору запасного аеродрому, зазначеного в плані польоту, обраного перед польотом або в польоті аеродрому (в тому числі і аеродром вильоту), куди може слідувати повітряне судно, якщо посадка на аеродромі призначення неможлива, є частиною передпольотної інформації, якою повинен бути забезпечений екіпаж ПС.

Перед кожним польотом, для екіпажу ПС на етапі планування необхідно вибрати запасні аеродроми, а потім на передпольотній підготовці уточнити метеоумови на них.

Одним з найбільш важливих етапів автоматизації процесів обслуговування повітряного руху є автоматизація інформаційних процесів з метою звільнення диспетчерів із забезпечення польотів від трудомісткої, стандартизованої роботи з пошуку, прийому, групування, узагальнення та обробки інформації, пов'язаної з передпольотною підготовкою.

Центральне місце в системі передпольотної підготовки займає проблема вибору оптимального ЗА по маршруту слідування.

Щоб значно розширити коло факторів, що враховуються для вибору ЗА і домогтися більш точних і об'єктивних результатів, пропонується підхід до методики вибору ЗА, що базується на класичних критеріях теорії прийняття рішення.

Задачу вибору запасного аеродрому можна вирішити, застосувавши методи математичного програмування, а саме прийняття рішень в умовах невизначеності, за допомогою відомих класичних критеріїв прийняття рішення - Лапласа, Вальда, Севіджа і

Гурвіца.

Дія критеріїв ПР в умовах невизначеності показано на прикладі вибору ЗА.

Під час польоту за маршрутом Київ (Бориспіль) - Харків на ПС типу Ан-24, відбувається погіршення метеорологічних умов на аеродромі призначення, внаслідок чого відбувається його закриття. Здійснимо вибір запасного аеродрому за допомогою класичних критеріїв прийняття рішення Вальда, Севіджа, Лапласа і Гурвіца (запасні аеродроми вибираємо по маршруту слідування, включаючи аеродром вильоту і аеродром призначення).

1. Формування вхідних даних для матриці рішень.

Для знаходження оптимального рішення необхідно створити матрицю рішення. Матрицю рішення формують множина стратегій і множина факторів, які впливають на прийняття рішення (табл.6.1).

Множина стратегій: $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ - альтернативних варіантів запасних аеродромів:

1. A_1 - Бориспіль,
2. A_2 - Дніпропетровськ,
3. A_3 - Кривий Ріг,
4. A_4 - Полтава,
5. A_5 - Запоріжжя,
6. A_6 - Харків.

Множина факторів, які впливають на прийняття рішення $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$:

1. λ_1 - Наявність палива на борту,
2. λ_2 - Відстань,
3. λ_3 - ТТХ ВПП,
4. λ_4 - Метеоумови,
5. λ_5 - Світлотехнічна система заходу на посадку,
6. λ_6 - Система заходу на посадку,
7. λ_7 - Навігаційні засоби підходу,
8. λ_8 - Аеронавігаційні збори,
9. λ_9 - Додатковий фактор.

2. Формування матриці рішення для вибору ЗА методом експертних оцінок

Формування множини можливих наслідків $\{U\}$ при наявності факторів, що впливають на ПР авіаційним оператором: $\{U\} = U_{11}, U_{12}, \dots, U_{ij}, \dots, U_{nm}$, де U_{ij} - визначається за допомогою методу експертних оцінок.

Таблиця 6.2 - Матриця рішень для вибору запасного аеродрому

		Фактори								
		λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9
Стратегії	A_1	5	5	10	9	10	9	10	6	7
	A_2	8	8	9	8	10	6	9	8	5
	A_3	6	6	7	10	8	8	8	9	5
	A_4	9	9	8	9	8	8	7	10	6
	A_5	6	6	7	10	8	9	7	9	4
	A_6	9	9	6	5	9	9	10	8	10

3. Визначення оптимального рішення - запасного аеродрому для маршруту слідування до пункту прибуття - Бориспіль.

Оптимальне рішення знайдемо, використовуючи кілька підходів - критерії прийняття рішення: Вальда, Севіджа, Гурвіца і Лапласа.

3.1. Оптимальне рішення за критерієм Вальда визначаємо за наступним правилом:

$$A_j^* = \max_i \min_j \{u_{ij}\}$$

Визначаємо множину оптимальних рішень $A_j = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$:

$$A_1 = \min \{5, 5, 10, 9, 10, 9, 10, 6, 7\} = 5$$

$$A_2 = \min \{8,8,9,8,10,6,9,8,5\} = 5$$

$$A_3 = \min \{6,6,7,10,8,8,8,9,5\} = 5$$

$$A_4 = \min \{9,9,8,9,8,8,7,10,6\} = 6$$

$$A_5 = \min \{6,6,7,10,8,9,7,9,4\} = 4$$

$$A_6 = \min \{9,9,6,5,9,9,10,8,10\} = 5$$

Оптимальне рішення:

$$A^* = \max \{5,5,5,6,4,5\} = 6$$

Для задачі вибору запасного аеродрому з маршрутом слідування до пункту прибуття - Харків маємо оптимальне рішення – а/д Полтава.

3.2. Оптимальне рішення за критерієм Лапласа визначаємо за наступним правилом:

$$A^* = \max \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_{ij} \right\}$$

Число факторів, що впливають на вибір запасного аеродрому - $n = 9$. Визначимо множину альтернативних рішень:

$$A_1 = 1/9 (5 + 5 + 10 + 9 + 10 + 9 + 10 + 6 + 7) = 7,9$$

$$A_2 = 1/9 (8 + 8 + 9 + 8 + 10 + 6 + 9 + 8 + 5) = 7,9$$

$$A_3 = 1/9 (6 + 6 + 7 + 10 + 8 + 8 + 8 + 9 + 5) = 7,4$$

$$A_4 = 1/9 (9 + 9 + 8 + 9 + 8 + 8 + 7 + 10 + 6) = 8,2$$

$$A_5 = 1/9 (6 + 6 + 7 + 10 + 8 + 9 + 7 + 9 + 4) = 7,3$$

$$A_6 = 1/9 (9 + 9 + 6 + 5 + 9 + 9 + 10 + 8 + 10) = 8,3$$

Оптимальне рішення: $A^* = \max \{7,9; 7,9; 7,4; 8,2; 7,3; 8,3\} = 8,3$ - а/д Харків.

Цей критерій використовується в тих випадках, якщо доводиться часто приймати рішення або якщо всі фактори приймаються рівноцінними.

В даному випадку якщо політ виконується регулярно, інформація про погіршенні метеоумов була донесена пілотові на підльоті до Харкова і дозволяє його міні - КПС може прийняти рішення все ж сісти на аеродромі призначення

3.3. Оптимальне рішення за критерієм Гурвіца визначаємо наступним чином:

$$A^* = \max_i \{ \alpha \max_j \{u_{ij}\} + (1 - \alpha) \min_j \{u_{ij}\} \}$$

Вибираємо коефіцієнт оптимізму-песимізму α рівним 0,5, тоді:

$$A^* = \max_i \{ 0,5 \max_j \{u_{ij}\} + (1 - 0,5) \min_j \{u_{ij}\} \}$$

Оптимальні стратегії:

$$A_1 = \{0,5 \max \{5,5,10,9,10,9,10,6,7\} + (1-0,5) \min \{5,5,10,9,10,9,10,6,7\}\} = \{0,5*10+0,5*5\}=7,5$$

$$A_2 = \{0,5 \max \{8,8,9,8,10,6,9,8,5\} + (1-0,5) \min \{8,8,9,8,10,6,9,8,5\}\} = \{0,5*10+0,5*5\}=7,5$$

$$A_3 = \{0,5 \max \{6,6,7,10,8,8,8,9,\} + (1-0,5) \min \{6,6,7,10,8,8,8,9,\}\} = \{0,5*10+0,5*5\}=7,5$$

$$A_4 = \{0,5 \max \{9,9,8,9,8,8,7,10,6\} + (1-0,5) \min \{9,9,8,9,8,8,7,10,6\}\} = \{0,5*10+0,5*6\}=8$$

$$A_5 = \{0,5 \max \{6,6,7,10,8,9,7,9,4\} + (1-0,5) \min \{6,6,7,10,8,9,7,9,4\}\} = \{0,5*10+0,5*4\}=7$$

$$A_6 = \{0,5 \max \{9,9,6,5,9,9,10,8,10\} + (1-0,5) \min \{9,9,6,5,9,9,10,8,10\}\} = \{0,5*10+0,5*5\}=7,5$$

Оптимальне рішення: $A^* = \max \{7,5; 7,5; 7,5; 8; 7; 7,5\} = 8$ – а/д Полтава.

3.4. Оптимальне рішення за критерієм Севіджа визначаємо за наступним правилом:

$$A^* = \min_i \max_j \{r_{ij}\},$$

де матриця втрат: $r_{ij} = \max u_{ij} - u_{ij}$

Необхідно сформулювати проміжну матрицю «жалю» (втрат) r_{ij} (табл. 6.3). Визначивши в кожному рядку максимальний елемент, і, віднявши з нього всі інші елементи, отримаємо нову матрицю втрат ЛПР, якщо не приймає оптимального рішення.

З цієї матриці визначаємо оптимальні стратегії:

$$A_1 = \max \{5,5,0,1,0,1,0,4,3\} = 5$$

$$A_2 = \max \{2,2,1,2,0,4,1,2,5\} = 5$$

$$A_3 = \max \{4,4,3,0,2,2,2,1,5\} = 5$$

$$A_4 = \max \{1,1,2,1,2,2,3,0,4\} = 4$$

$$A_5 = \max \{4, 4, 3, 0, 2, 1, 3, 1, 6\} = 6$$

$$A_6 = \max \{1, 1, 4, 5, 1, 1, 0, 2, 0\} = 5$$

Таблиця 6.3 - Проміжна матриця втрат $r_{ij}(a_i; \lambda_j)$

		Фактори									Критерій Севіджа $\min \max r_{ij}(a_i; \lambda_j)$
		λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	
Стратегії	A ₁	5	5	0	1	0	1	0	4	3	5
	A ₂	2	2	1	2	0	4	1	2	5	5
	A ₃	4	4	3	0	2	2	2	1	5	5
	A ₄	1	1	2	1	2	2	3	0	4	4
	A ₅	4	4	3	0	2	1	3	1	6	6
	A ₆	1	1	4	5	1	1	0	2	0	5

Оптимальна стратегія:

$$A^* = \min \max r_{ij} = \min \{5, 5, 5, 4, 6, 5\} = 4 - \text{а/д Полтава.}$$

4. Висновок:

Для вибору запасного аеродрому застосовувалися класичні методи прийняття рішень: критерій Вальда, Севіджа, Гурвіца, Лапласа. Оптимальний варіант вирішення збігся в будь-яких умовах, крім критерію Лапласа. Це аеродром - Полтава, який характеризується високою якістю ЗПС, простою системою заходу на посадку, хорошою світлосистемою. Якщо через метеоумови закритий аеродром посадки Харків, то отриманий варіант вирішення вибору запасного аеродрому в більшій мірі влаштовує ЛПР при впливі основних факторів на посадку: наявності палива на борту; віддаленості від основного а/д посадки; тактико-технічних характеристик злітно-посадкової смуги; метеоумов; світлосистеми; системи заходу на посадку; навігаційної системи підходу; характеристик перону, руліжних доріжок; суб'єктивного фактора.

Основні категорії та поняття. Невизначеність, матриця рішень, оціночна функція, класичні критерії прийняття рішень в умовах невизначеності.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть особливості ПР в умовах невизначеності.
2. Опишіть основні види невизначеностей, що виникають в задачах ПР.
3. Яким чином можна зменшити невизначеність для рішення такого типу задач?
4. Які джерела невизначеності можуть бути в діяльності авіаційних операторів?
5. Що являє собою матриця рішень і оціночна функція?
- 6 Назвіть класичні критерії прийняття рішень.
7. Який із критеріїв є найбільш обережним?
8. Який з класичних критеріїв застосовується в тих випадках, коли рішення приймається багато разів?
10. Який з класичних критеріїв прийняття рішень мінімізує втрати ЛПР?
11. Як сформулювати матрицю рішень при ПР в умовах невизначеності?
12. Які класи проблем (добре структуровані, слабо структуровані, неструктуровані) виникають в умовах невизначеності і якими методами можуть вирішуватися?

Тема 7. Експертні методи прийняття рішень

ПЛАН

7.1 Прийняття рішень шляхом виявлення системи переваг людини, яка приймає рішення. Методи експертних оцінок.

7.2 Методи формалізації експертної інформації.

7.3 Матриця індивідуальних переваг людини, яка приймає рішення. Матриця групових переваг.

7.4 Визначення узгодженості та достовірності суджень експертів.

7.5 Використання MS EXCEL при обробці експертних оцінок.

7.1 Прийняття рішень шляхом виявлення системи переваг людини, яка приймає рішення. Методи експертних оцінок

Методи експертних оцінок дозволяють оцінювати ступінь ризику різних видів виробничої і фінансової діяльності підприємств в умовах дефіциту інформації. Оцінка ризику виконується на підставі суб'єктивних оцінок експертів-фахівців у конкретній галузі діяльності.

Методи експертних оцінок застосовуються для вирішення проблем в умовах невизначеності: прогнозування, планування і розробки програм діяльності, побудови ієрархії проблем організації, обґрунтування ефективності проектів розвитку і модернізації матеріально-технічної бази організацій, вибору перспективної техніки, для оцінок нормативних витрат, зокрема, при нормуванні витрат праці на обслуговування систем різного виду, для оцінки очікуваної ціни і якості продукції (робіт, послуг) та інших аналогічних завдань.

Основою концепції експертних методів є перехід від аналітичних методів до евристичних і включення ЛПР як одного з виконавців (учасників) рішення задачі. Найчастіше, вибираючи одне рішення з множини можливих рішень, ЛПР керується тільки інтуїтивними уявленнями. Внаслідок цього прийняття рішення має невизначений характер, що позначається на якості прийнятих рішень. З метою надання ясності процес прийняття рішення на всіх етапах супроводжується кількісним виразом таких категорій, як «перевага», «важливість» і т.п. Судження експертів формалізуються у вигляді рангових і бальних оцінок.

Експертні судження називають експертними оцінками, якщо вони виносяться в кількісній формі.

Процес виявлення індивідуальних експертних суджень називають експертним опитуванням.

Сукупність експертного опитування та інших операцій, що виконуються з метою отримання колективного експертного судження, носить назву експертизи.

У підготовці і проведенні експертизи можна виділити кілька послідовних етапів:

- 1) організаційно-технологічна підготовка експертизи;
- 2) формування експертної групи;
- 3) вибір методу опитування (заочний, очний); розробка опитувального листа (анкета);
- 4) проведення експертного опитування з метою виявлення індивідуальних експертних оцінок;
- 5) обробка результатів опитування;
- 6) визначення колективних експертних оцінок, прийняття рішення на підставі таких оцінок.

Застосування експертного методу передбачає дотримання наступних умов:

- експертна оцінка проводиться у разі неможливості використання об'єктивніших методів для вирішення проблеми;
- судження експертів мають бути незалежними, виключення факторів, що впливають на відвертість суджень;
- формулювання питань, поставлених перед експертами, має виключати можливість

різного тлумачення;

- експерти повинні бути компетентними у вирішуваних проблемах;
- кількість експертів має бути оптимальною;
- відповіді експертів мають бути однозначними та забезпечувати можливість їх математичної обробки;
- надання експертами аргументів, що послужили їм основою відповідного судження чи оцінки (обґрунтована аргументація суджень сприяє виявленню чинників, які впливають на вирішення будь-якої проблеми).

До недоліків експертного методу слід віднести властивий йому суб'єктивізм, і навіть явище конформізму: вплив переважаючого судження групи на судження окремого експерта. Практика показує, що зменшення суб'єктивності і підвищення об'єктивності результатів використання експертних методів істотно залежить від дотримання правил організації, підготовки та проведення експертних робіт.

7.2 Методи формалізації експертної інформації

Найбільш поширеними експертними методами виявлення переваг (*методи формалізації експертної інформації*) в області ПР є наступні:

- метод рангів

За методом рангів експерт здійснює ранжування (впорядкування) досліджуваних об'єктів системи в залежності від їх відносної значущості (переваги). При цьому найбільш вагомому об'єкту присвоюється ранг 1, а найменш вагомому - останній ранг, рівний по абсолютній величині числу об'єктів, що впорядковуються.

- метод безпосереднього оцінювання

Метод безпосереднього оцінювання є впорядкування досліджуваних об'єктів в залежності від їх важливості шляхом приписування балів кожному з них. При цьому найбільш важливому об'єкту приписується (дається оцінка) найбільша кількість балів за прийнятою шкалою. Діапазони шкал оцінок: $0 \div 1$, $0 \div 5$, $0 \div 10$, $0 \div 100$. У найпростішому випадку оцінка може бути 0 або 1.

- метод зіставлень, метод включає два його різновиди: парного порівняння і послідовного зіставлення

При *парному* порівнянні експерт зіставляє досліджувані об'єкти за їх важливості попарно, встановлюючи в кожній парі об'єктів найбільш важливий. Найбільш зручно здійснювати парні порівняння і їх обробку, використовуючи як інструмент матриці.

Для порівняння факторів обирається певна шкала, наприклад:

- 1 - відображає факт переваги
- 0 - відображає факт невизначеності
- 0,5 - факт рівноцінності
- * - факт незрівнянності.

Метод послідовного порівняння найбільш трудомісткий. Експерт послідовно використовує як метод рангів так і метод безпосереднього оцінювання. Особливо складність цього методу починає відчуватися при кількості досліджуваних об'єктів більше шести-семи.

Питання щодо формування експертної групи (за кількістю і якістю), за методами виявлення переваг (пріоритетів) експертів вивчалися в дисципліні «Методологія наукових досліджень».

Більш докладно зупинимося на 5 і 6 етапах експертизи.

Обробка результатів опитування проводиться в такій послідовності:

1. Формується матриця групових переваг по індивідуальних оцінках.
2. Якщо є повтори по рангах, проводиться стандартизація рангів.
3. Знаходимо середні значення експертних оцінок для кожного об'єкта / процедури / дії / параметра (оцінки можуть бути виражені в балах або в рангах) $X_{\text{ср}}$ або $R_{\text{ср}}$.
4. Визначаємо судження групи експертів (усереднене) для кожного оцінюваного об'єкта /

процедури / дії / параметра: $X_{гр}$ або $R_{гр}$.

5. Визначаємо середньоквадратичне відхилення для кожного оцінюваного об'єкта / процедури / дії: σ .

6. Визначаємо узгодженість суджень експертів. Знаходимо коефіцієнт варіації для кожного оцінюваного об'єкта / процедури / дії / параметра: $v, \%$

7. Робимо висновки за отриманими значеннями $v, \%$. Якщо коефіцієнт варіації $\leq 33\%$, тоді судження погоджено по оцінюваному об'єкту / процедурі / дії / параметру. Остаточні висновки потрібно робити після визначення узгодженості по всій сукупності об'єктів / процедур / дій / параметрів. Для цього необхідно визначити коефіцієнт конкордації W по Кендаллу (узагальнений коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з m експертів). Якщо оцінки виражені в балах, такий коефіцієнт не застосовують, в цьому випадку необхідно бали перетворити в ранги.

8. Розраховуємо коефіцієнт конкордації W , в залежності від наявності або відсутності повторів в оцінках експертів, проводиться розрахунок W за різними формулами.

9. Якщо коефіцієнт конкордації W вийшов невеликим (мінімально допустиме значення коефіцієнта конкордації $= 0,4$), тоді аналізують, переглядають всю процедуру експертизи. Можна порівняти думку групи і будь-якого експерта за допомогою коефіцієнта рангової кореляції R_s .

9. Визначення значимості отриманого коефіцієнта конкордації W . В залежності від кількості оцінюваних об'єктів / процедур / дій / параметрів застосовуються різні статистичні критерії для перевірки значимості:

$((n \leq 7) \rightarrow W_{кр}; (n > 7) \rightarrow \chi^2_{кр})$.

10. Зробити висновки по значимості коефіцієнта конкордації W .

11. Після визначення узгодженості та достовірності колективних експертних оцінок можна приймати рішення на підставі таких оцінок.

7.3 Матриця індивідуальних переваг людини, яка приймає рішення. Матриця групових переваг.

7.4 Визначення узгодженості та достовірності суджень експертів.

Пункти 7.3 та 7.4 розглянемо на конкретному прикладі використання методу експертних оцінок стосовно визначення коефіцієнтів значимості затрат праці диспетчерів із забезпечення польотів при виконанні задач передпольотного інформаційного обслуговування (ППІО).

Задача 1. Виявлення методом експертних оцінок системи переваг окремого диспетчера та малої групи диспетчерів стосовно затрат праці при виконанні задач ППІО:

1. Підготовка та надання метеорологічної документації ЕПС - ω_1 ;
2. Підготовка та надання аеронавігаційної інформації (АНІ) ЕПС - ω_2 ;
3. Підготовка та надання планів польотів, взаємодія з (IFPS) NMOC – ω_3 ;
4. Взаємодія з САІ – ω_4 .

1. Кожен з експертів заповнює матрицю індивідуальних переваг (табл. 7.1) та за допомогою парних порівнянь та ранжирування визначає ранги значимості задач ППІО:

Таблиця 7.1 - Матриця індивідуальних переваг

Задачі ППІО		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	$\sum r_i$	R_i
1	ω_1^*		1	1	1	3	1
2	ω_2^*	0		0,5	0,5	1	3
3	ω_3^*	0	0,5		1	1,5	2
4	ω_4^*	0	0,5	0		0,5	4

Шкала парного порівняння:

- Якщо $\omega_i^* \gg \omega_i$ (більш значимий), то $r = 1$;
 Якщо $\omega_i^* \ll \omega_i$ (менш значимий), то $r = 0$;
 Якщо $\omega_i^* \cong \omega_i$ (рівні за значимістю), то $r = 0,5$.

2. Складаємо матрицю групових переваг для групи експертів $m=5$ (табл. 7.2).

Ранги експертів візьмемо з матриці індивідуальних переваг кожного експерта (табл. 7.1).

Таблиця 7.2 - Матриця групових переваг

Експерти	Задачі ПППО			
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
1	1	3	2	4
2	1,5	3	1,5	4
3	2	3,5	1	3,5
4	1	3	2	4
5	1,5	3	1,5	4

Проводимо обробку оцінок експертів, результати заносимо в таблицю 7.3.

3. Визначаємо середнє значення оцінок групи експертів по кожній задачі:

$$R_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$$

4. Визначаємо судження групи експертів $R_{гр}$ по кожній задачі: на першому місці знаходиться задача, яка має найменше середнє значення над всіма іншими, на другому найбільш вигідна альтернатива з тих, що залишилися і т.д.

5. Визначаємо узгодженість оцінок групи експертів по кожній задачі ПППО:

5.1 Визначаємо середньоквадратичне відхилення для кожної задачі

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (R_i - R_{cp})^2}{m - 1}}$$

5.2 Визначаємо коефіцієнт варіації для кожної задачі:

$$v_i = \frac{\sigma_i}{R_{cp_i}} \cdot 100\%$$

Якщо коефіцієнт варіації $\leq 33\%$ це означає, що розподіл оцінок відповідає нормальному закону, тобто більшість оцінок експертів групується навколо середнього значення, а полярні оцінки складають безумовну меншість, це означає, що судження експертів узгоджені.

Таблиця 7.3 - Результати обробки експертних оцінок

Експерти	Задачі ПППО			
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
1	1	3	2	4
2	1,5	3	1,5	4
3	2	3,5	1	3,5
4	1	3	2	4
5	1,5	3	1,5	4
$\sum R_i$	7	15,5	8	19,5
R_{cp}	1,4	3,1	1,6	3,9
$R_{гр}$	1	3	2	4
σ	0,4183	0,2236	0,4183	0,2236
$v, \%$	30%	7%	26%	6%

В даному випадку, коефіцієнт варіації $< 33\%$ для всіх задач ПППО, тому за цими задачами оцінки експертів можна вважати узгодженими.

Отримали систему переваг експертів:

- 1-е місце - підготовка та надання метеорологічної документації ЕПС - ω_1 ;
- 2-е місце - підготовка та надання планів польотів, взаємодія з (IFPS) NMOC – ω_3 ;
- 3-е місце - підготовка та надання АНІ ЕПС - ω_2 ;
- 4-е місце - взаємодія з САІ – ω_4 .

6. Визначаємо узгодженість суджень експертів за всією сукупністю задач ПППО ($n=4$).

Для цього необхідно визначити коефіцієнт конкордації W за Кендаллом, тобто узагальнений коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з m експертів.

У випадку, коли будь-який експерт не може встановити рангові відмінності між кількома суміжними об'єктами та присвоює їм однакові ранги (що ми бачимо у нашому випадку), розрахунок коефіцієнту конкордації здійснюємо за наступною формулою:

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} m^2 (n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j}, \quad \text{де} \quad S = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^m x_{ij} - a_{ij} \right\}^2 - \text{сума квадратів різниць (відхилень),}$$

$$a_{ij} = \frac{1}{2} m(n+1) - \text{середнє значення для сумарних рангів ряду.}$$

В нашому випадку $m=5$, $n=4$.

$$a_{ij} = \frac{1}{2} 5(4+1) = 12,5;$$

$$S = (7 - 12,5)^2 + (15,5 - 12,5)^2 + (8 - 12,5)^2 + (19,5 - 12,5)^2 = 108,5$$

$$T_j = \frac{1}{12} \sum_{t_j} (t_j^3 - t_j) \quad , \text{де } t_j - \text{число однакових рангів у } j\text{-м ряду.}$$

Таблиця 7.4 - Підсумок однакових рангів

Експерти	Задачі ПППО				Число однакових рангів t_j
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	
1	1	3	2	4	-
2	1,5	3	1,5	4	2
3	2	3,5	1	3,5	2
4	1	3	2	4	-
5	1,5	3	1,5	4	2
Сума рангів	7	15,5	8	19,5	

$$T_j = \frac{1}{12} ((2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)) = 1,5$$

Таким чином, коефіцієнт конкордації з урахуванням введеної корекції буде дорівнювати:

$$W = \frac{108,5}{\frac{1}{12} \cdot 5^2 (4^3 - 4) - 5 \cdot 1,5} = 0,923$$

В нашому випадку коефіцієнт конкордації $W = 0,923$ він знаходиться в діапазоні $0 < W < 1$, що вказує на високу ступінь узгодженості суджень експертів.

Значущість отриманого коефіцієнта конкордації (для деяких невеликих значень n) можна оцінити за допомогою наступної нерівності:

$$W_{\phi} > W_{кр}, \quad (7.1)$$

де W_{ϕ} – фактичне значення коефіцієнта конкордації.

$W_{кр}$ – табличне значення коефіцієнта конкордації. (таблиці 7.7, 7.8)

Якщо виконується умова (7.1), то можемо стверджувати, що судження (оцінки) експертів узгоджені та не випадкові.

Перевіримо значимість (достовірність) отриманого коефіцієнту конкордації. Відповідно до таблиці 7.7, для даного випадку критичне значення коефіцієнту конкордації ($m=5, n=4$, рівень значимості 0,05) дорівнює: $W_{кр.} = 0,5008$. Так як $W_{\phi} > W_{кр.}$, то можна стверджувати, що судження експертів виявилися узгодженими та коефіцієнт конкордації $W = 0,923$ не випадковий, достовірний. Відмінність оцінок експертів відносно деяких задач є випадковою.

Задача 2. Порівняти оцінки групи експертів та експерта №2 за допомогою коефіцієнту рангової кореляції r_s .

Порівняємо оцінки групи експертів та експерта №2 за допомогою рангової кореляції Спірмена:

$$r_{si} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

Таблиця 7.5 - Порівняння оцінок експертів

Ранги		Процедури			
		1	2	3	4
R _{гр} - ранги групи	x_i	1	3	2	4
R ₂ -ранги експерта №2	y_i	1,5	3	1,5	4

$$r_{s_1} = 1 - \frac{6[(1-1,5)^2 + (3-3)^2 + (2-1,5)^2 + (4-4)^2]}{4(4^2 - 1)} = 0,95$$

$$-1 \leq r_s \leq 1$$

Якщо $r_s = 0$ – узгодженість відсутня;

$r_s = -1$ – судження протилежні;

$r_s = 1$ – висока узгодженість суджень.

Так як $r_s = 0,95$, то узгодженість суджень групи експертів та експерта №2 висока.

Однак заключний висновок про випадковість відмінностей можна зробити тільки після оцінки значимості отриманої величини r_s . Для цього необхідно виконання наступної умови:

$$t_{\phi} = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} > t_{st}, \quad (7.2)$$

де t_{st} – табличне значення критерію Ст'юдента с $k=n-2$ ступенями свободи;

t_{ϕ} – фактичне значення критерію Ст'юдента.

Оцінімо значимість отриманого значення коефіцієнта рангової кореляції для експертів №2 та групи:

$$t_{\phi} = 0,95 \sqrt{\frac{4-2}{1-0,946^2}} = 4,127$$

Табличне значення критерію Ст'юдента на рівні значимості $p=5\%$ ($p=10\%$) та при кількості ступенів свободи $k=n-2=4-2=2$ складає $t_{st}=2,92$ (1,8856) (табл. 7.9).

Таким чином, $t_{\phi}=4,127 > t_{st}=2,92$. Тобто, умова (7.2) виконується, тому можна стверджувати, що система пріоритетів експерта №2 дійсно співпадає з груповою, та отримані відмінності випадкові.

Задача 3. Визначення коефіцієнтів значимості затрат праці диспетчерів із забезпечення польотів при виконанні задач ППЮ з метою модернізації робочих місць.

Сумарні витрати на модернізацію робочих місць диспетчерів при виділенні визначеної суми на реорганізацію $W=100\,000$ у.о. розраховуються:

$$F_{\Sigma} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \cdot W,$$

де W – кошти на реорганізацію;

α_i – коефіцієнт значимості (ваговий), що враховує затрати праці диспетчерів на вирішення задач ППО:

ω_1 – підготовка та надання метеорологічної документації ЕПС;

ω_2 – підготовка та надання АНІ ЕПС;

ω_3 – підготовка та надання планів польотів, взаємодія з (IFPS) CFMU;

ω_4 – взаємодія з CAI.

Перейдемо від рангів R_i до вагових коефіцієнтів α_i , $i=\overline{1,4}$ за допомогою методу ранжирування. Метод заснований на припущенні про лінійну залежність між рангом та відносною цінністю показника ефективності. Ваговий коефіцієнт визначають за формулою:

$$\alpha_i = \frac{C_i}{\sum_{i=1}^n C_i}, \quad C_i = 1 - \frac{R_{ij}-1}{n},$$

де C_i - проміжна оцінка; R_{ij} - ранг i -ї процедури для j -го експерта

Таблиця 7.6 - Розрахунок коефіцієнтів значимості

Задачі	Ранг $R_{i\text{ гр}}$	C_i	α_i
α_1	1	1	0,4
α_2	3	0,5	0,2
α_3	2	0,75	0,3
α_4	4	0,25	0,1
$\sum C_i = 2,5$			

Таким чином, розподіл коштів на модернізацію робочих місць диспетчерів при виділенні визначеної суми на реорганізацію $W=100\,000$ у.о., з урахуванням затрат праці на кожну задачу ППО:

$$F_{\Sigma} = 0,4 \cdot 100000 + 0,2 \cdot 100000 + 0,3 \cdot 100000 + 0,1 \cdot 100000 = 100000 \text{ у.о.}$$

- кошти на підготовку та надання метеорологічної документації ЕПС – 40000 у.о. ;

- кошти на підготовку та надання АНІ ЕПС – 20000 у.о.;

- кошти на підготовку та надання планів польотів, взаємодія з (IFPS) NMOC – 30000 у.о.;

- кошти на взаємодію з CAI – 10000 у.о.

Таблиця 7.7 - Критичні значення для перевірки значимості коефіцієнта конкордації при малій кількості оцінюваних об'єктів (≤ 7), $p=0,05$

Критичні значення W для рівня значущості p=0,05						Додаткові значення W для n=3	
Експерти	n						
m	3	4	5	6	7	m	W
3	-	-	0,7156	0,6597	0,6242	9	0,3333
4	-	0,6188	0,5525	0,5118	0,4844	12	0,2497
5	-	0,5008	0,4492	0,4169	0,3946	14	0,2393
6	-	0,4206	0,3781	0,3514	0,3325	16	0,1871
8	0,3758	0,3178	0,2870	0,2670	0,2528	18	0,1662
10	0,3000	0,2556	0,2312	0,2153	0,2039		
15	0,1996	0,1715	0,1555	0,1449	0,1373		
20	0,1496	0,1290	0,1171	0,1092	0,1035		

Таблиця 7.8 - Критичні значення для перевірки значимості коефіцієнта конкордації при малій кількості оцінюваних об'єктів (≤ 7), $p=0,01$

Критичні значення W для рівня значущості p=0,01						Додаткові значення W для n=3	
Експерти	n						
m	3	4	5	6	7	m	W
3	-	-	0,8400	0,7797	0,7365	9	0,4685
4	-	0,7675	0,6831	0,6293	0,5915	12	0,3594
5	-	0,6440	0,5712	0,5243	0,4911	14	0,3110
6	-	0,5528	0,4892	0,4483	0,4192	16	0,2738
8	0,5219	0,4294	0,3792	0,3467	0,3236	18	0,2448
10	0,4255	0,3506	0,3091	0,2823	0,2632		
15	0,2911	0,2398	0,2112	0,1926	0,1793		
20	0,2213	0,1821	0,1603	0,1460	0,1359		

Таблиця 7.9 - Процентні точки розподілу Ст'юдента (фрагмент)

k	p		
	10%	5%	1%
1	3,0777	6,3138	31,8205
2	1,8856	2,92	6,9646
3	1,6377	2,3534	4,5407
4	1,5332	2,1318	3,7469
5	1,4759	2,015	3,3649
6	1,4398	1,9432	3,1427
7	1,4149	1,8946	2,998
8	1,3968	1,8595	2,8965
9	1,3830	1,8331	2,8214
10	1,3722	1,8125	2,7638
11	1,3634	1,7959	2,7181
12	1,3562	1,7823	2,6810
13	1,3502	1,7709	2,6503
14	1,3450	1,7613	2,6245
15	1,3406	1,7530	2,6025
16	1,3368	1,7459	2,5835
17	1,3334	1,7396	2,5669
18	1,3304	1,7341	2,5524

7.5 Використання MS EXCEL при обробці експертних оцінок

Сучасний табличний процесор Microsoft Excel часто використовується для організації розрахунків та аналізу експертних оцінок. Табличний процесор Microsoft Excel має широкий набір вбудованих функцій (близько 200), які поділяються на такі категорії: фінансові, дати і час, математичні, статистичні, текстові, функції роботи з базами даних, логічні, інформаційні тощо.

Для обробки результатів експертного оцінювання можна використовувати спеціальне діалогове вікно Майстер функцій - f_x , застосовувати функції категорій математичних та статистичних для знаходження середніх значень, середньоквадратичного відхилення та ін., крім того використовувати «Автосума», а також розрахунки нестандартних формул: коефіцієнт варіації, конкордації тощо. Більш детально використання MS EXCEL при обробці експертних оцінок буде розглянуто на практичному занятті.

Основні категорії та поняття. Метод експертних оцінок, етапи експертизи, методи формалізації експертної інформації, обробка результатів опитування

Питання для самоперевірки:

1. В яких умовах ПР доцільно застосовувати метод експертних оцінок?
2. Перерахувати недоліки методу експертних оцінок.
3. Яка послідовність проведення експертизи?
4. Якими критеріями керуються при формуванні групи експертів?
5. Як визначити компетентність експерта?
6. Назвіть основні методи формалізації експертної інформації.
7. Дайте характеристику методу рангів?
8. Як провести експертне оцінювання в балах?
9. Як перетворити бальні оцінки в рангові оцінки?
10. Назвіть послідовність обробки матриць для отримання оцінок експерта по методу парних порівнянь.
11. Які коефіцієнти застосовуються для визначення узгодженості суджень експертів?
12. Чи може застосовуватися коефіцієнт конкордації W для оцінок, виражених в балах?
13. У якому випадку доцільно застосовувати коефіцієнт рангової кореляції Спірмена?
14. Що потрібно зробити, якщо оцінки експертів мають низьку узгодженість?
15. Який коефіцієнт застосовують для оцінки значущості суджень експертів для невеликої кількості об'єктів?

Тема 8. Елементи теорії ігор. Прийняття рішень в умовах конфлікту. Колективні рішення в малій групі

План

- 8.1 Основні терміни та визначення теорії ігор. Класифікація задач теорії ігор.
- 8.2 Принципи мінімакса. Антагоністичні матричні гри. Гра 2х2.
- 8.3 Методи вирішення задач теорії ігор. Графічний метод рішення.
- 8.4 Моделювання конфліктної ситуації методами теорії ігор. Модель авіаційної ергатичної системи методами теорії ігор.
- 8.5 Характеристика малих груп.
- 8.6 Фактори ефективності групових рішень. Сумісність особистості і малої групи.
- 8.7 Формування малих груп, методи соціометрії.
- 8.8 Агрегування індивідуальних переваг. Теорема Ерроу про неможливість.
- 8.9 Стратегії групових рішень.

8.1 Основні терміни та визначення теорії ігор. Класифікація задач теорії ігор

Теорія ігор - математичний апарат, що дозволяє моделювати конфліктні ситуації.

Конфліктна ситуація - це ситуація, в якій стикаються інтереси двох (і більше) протидіючих сторін, що переслідують різні цілі (незбіжні повністю або частково).

Ці конфліктуючі сторони прагнуть вдатися до таких дій (вибрати такі рішення), щоб досягти найбільшого для себе в даних умовах успіху. Таким чином, якщо цілі сторін протилежні, то максимізація успіху (виграшу) однієї зі сторін буде означати максимізацію програшу іншого боку, це і породжує конфліктну ситуацію.

Різні види ігор можна класифікувати, ґрунтуючись на ту або іншу ознаку, що характеризує гру:

- * За кількістю гравців (ігри з двома учасниками - парні ігри, ігри n гравців, де $n > 2$);
- * За кількістю стратегій (кінцеве або нескінченне число);
- * За ступенем інформованості гравців про стратегії, зроблених ходах і перевагах противника (гри з повною / неповною інформацією);
- * В залежності від характеру виграшів - гри з нульовою сумою (антагоністичні гри), ігри з ненульовою сумою, в яких цільові критерії для гравців різні;
- * За властивостями функцій виграшу (в залежності від виду функції - матричні, біматричні, безперервні, випуклі і ін.);
- * По можливості попередніх переговорів і взаємодій між гравцями в ході гри (коаліційні, кооперативні, некооперативні гри).

Ігри, в яких гравці не можуть координувати свої стратегії, називаються некооперативними. Все антагоністичні гри можуть служити прикладом некооперативної гри.

Антагоністичні гри є різновидом матричних ігор, в яких виграш одного гравця дорівнює програшу іншого. Їх ще називають іграми з нульовою сумою (тобто сума виграшів сторін дорівнює нулю).

В ігровому конфлікті беруть участь два або більше противника, іменовані гравцями, кожен з яких має певну множину (кінцеву або нескінченну) можливих виборів, які називаються стратегіями. Для моделювання конфліктних ситуацій, конфліктні сторони (гравці) мають свої стратегії.

Рішення конфліктних ситуацій може бути у вигляді єдиної чистої стратегії або декількох стратегій, які є змішаними відповідно до заданих ймовірностей.

Чиста стратегія дає повну визначеність, яким чином гравець продовжить гру. Якщо в грі кожен із супротивників застосовує тільки одну і ту ж стратегію, то про саму гру в цьому випадку говорять, що вона відбувається в чистих стратегіях, а використовувані гравцем А і гравцем В пара стратегій називається *чистими* стратегіями

Простором стратегій називають множину всіх чистих стратегій, доступних даному гравцю.

Змішана стратегія є зазначенням ймовірності кожної чистої стратегії. Це означає, що гравець вибирає одну з чистих стратегій відповідно до ймовірностей, заданих змішаною стратегією.

Стратегію, засновану на випадковому виборі, називають *змішаною* стратегією

Змішаною стратегією гравця називається довільний розподіл ймовірностей на множині його чистих стратегій.

Сукупність оптимальних стратегій і ціни гри становить *рішення* гри.

Нехай гравець А має m особистих стратегій, які позначимо $A_1, A_2, \dots, A_m$. Нехай у гравця В є n особистих стратегій, позначимо їх $B_1, B_2, \dots, B_n$. Таким чином, гра має розмірність $m \times n$.

Матриця $P = (a_{ij})$, $i = 1 \div m$; $j = 1 \div n$ елементами якої є виграші, що відповідають стратегіям A_i і B_j , називається платіжною матрицею, або *матрицею гри*.

8.2 Принципи мінімакса. Антагоністичні матричні гри. Гра 2×2

Чисті стратегії

Якщо один гравець максимально виграє, інший мінімально втрачає і такі точки в ігровій матриці збігаються (точка збігу називається *сідловою* точкою гри) тоді конфлікт вирішено. Якщо матриця гри містить сідлову точку, то її рішення відразу знаходиться за принципом мінімакса.

Розглянемо задачу. Нехай є 3 варіанти попиту на екскурсійні путівки: v_1, v_2, v_3 . Путівки при цьому можуть бути організовані трьома різними групами співробітників: a_1, a_2, a_3 .

У таблиці відображені доходи на одиницю вкладених коштів. За умови, що регіон для реалізації путівок вибирається випадково, необхідно знайти такий розподіл груп, щоб отримати гарантований максимальний прибуток. Це завдання є завданням теорії ігор, оскільки потрібно рішення в умовах невизначеності.

Таблиця 8.1 - Матриця гри

	B_1	B_2	B_3	α_i
A_1	0,5	0,6	0,8	0,5
A_2	0,9	0,7	0,8	0,7
A_3	0,7	0,5	0,6	0,5
β_j	0,9	0,7	0,8	

Принцип мінімакса:

$$\alpha = \max_{i=1,m} \min_{j=1,n} a_{ij} \quad \beta = \min_{j=1,n} \max_{i=1,m} a_{ij} \quad (8.1)$$

Принцип, який диктує гравцям вибір найбільш «обережних» мінімаксної і максимінної стратегій, називається *принципом мінімакса*. Цей принцип впливає з розумного припущення, що кожен гравець прагне досягти мети, протилежної мети противника.

Нехай $\alpha_i = \min a_{ij}$

i - номер строки, j - номер стовбця

Під α_i розуміємо гарантований прибуток групи a_i

Із α_i вибираємо максимальне $\alpha = \max \alpha_i$

$\alpha = 0,7$; α - називається *нижньою* ціною гри.

Нехай $\beta_j = \max b_{ij}$

Із β_j вибираємо мінімальне $\beta = \min \beta_j$

$\beta = 0,7$ - *верхня* ціна гри, тобто гравець В не дасть отримати гравцеві А прибуток більший, ніж β .

Якщо $\alpha = \beta$, то гра називається грою з *сідловою* точкою (*чисті стратегії*)

$\alpha = \beta = v$ - називається чистою ціною гри або просто *ціною* гри

У задачі, щоб забезпечити цю ціну гри, гравець А повинен застосовувати весь час стратегію A_2 , а гравець В - стратегію B_2 .

Змішані стратегії

Якщо гра не є грою з сідловою точкою, то мета гри повинна полягати між α і β . Розглянемо знаходження ціни гри і оптимізацію стратегій в іграх без сідлової точки розміру 2×2 .

Таблиця 8.2 - Матриця гри

	B_1	B_2	α_i
A_1	0,5	0,8	0,5
A_2	0,9	0,7	0,7
β_j	0,9	0,8	

$$\alpha \leq v \leq \beta$$

$$\alpha = \max \alpha_i = 0,7 \text{ и } \beta = \min \beta_j = 0,8$$

Ця гра не з сідловою точкою.

Позначимо для гравця А:

p_1 – ймовірність застосування стратегії A_1

p_2 – ймовірність застосування стратегії A_2

$$p_1 = (a_{22} - a_{21}) / (a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21})$$

$$p_2 = 1 - p_1$$

У цьому випадку ціна гри (гарантований прибуток) визначається:

$$v = (a_{22} * a_{11} - a_{12} * a_{21}) / (a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21})$$

Якщо підставимо значення, то отримаємо:

$$v = (0,7 * 0,5 - 0,8 * 0,9) / (0,5 + 0,7 - 0,8 - 0,9) = 0,74$$

$$p_1 = (0,7 - 0,9) / (-0,5) = 0,4$$

$$p_2 = 1 - 0,4 = 0,6$$

Висновок: щоб отримати гарантований прибуток 0,74, гравець А повинен в 40% випадків використовувати стратегію A_1 і в 60% випадках стратегію A_2

Аналогічно можна розрахувати стратегію гравця В:

$$q_1 = (a_{22} - a_{12}) / (a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}) - \text{ймовірність застосування стратегії } B_1$$

$$q_2 = 1 - q_1 - \text{ймовірність застосування стратегії } B_2$$

Якщо підставимо значення, то отримаємо:

$$q_1 = 0,2; q_2 = 0,8$$

Висновок: щоб не дати гравцеві А виграти більше, ніж 0,74, гравець В має в 20% випадків використовувати стратегію B_1 і в 80% випадках стратегію B_2

8.3 Методи вирішення задач теорії ігор. Графічний метод рішення

Порівняно просто вирішуються гри, в яких один з гравців має всього 2 чисті стратегії: гри 2×2 , $2 \times n$, $m \times 2$. При цьому, як правило, ігри 2×2 вирішуються аналітичним методом, а $2 \times n$, $m \times 2$ - графічним. При $m, n > 2$ матричні гри зводяться до задач лінійного програмування і вирішуються симплексним методом. Однак слід зауважити, що вже в грі 3×3 застосування цього методу призводить до досить громіздких обчислень.

Розглянемо графічний метод рішення на прикладі задачі (табл.8.2).

Будуємо горизонтальний відрізок $[0, 1]$. Через кінці відрізка проводимо два перпендикуляри. На лівому перпендикулярі як на числовій осі відкладаємо елементи першого рядка платіжної матриці. На правому перпендикулярі аналогічно відкладаємо всі елементи другого рядка платіжної матриці. Масштаб на лівому та правому перпендикулярах однаковий, хоча може не співпадати із масштабом горизонтального одиничного відрізка. З'єднуємо відрізками кожену пару точок, що відповідають стратегії гравця В, тобто в платіжній матриці відображені у стовпцях. Точка перетину прямих буде відповідати рішення гри для гравця А, з цієї точки опускаємо перпендикуляри на відповідні одиничні відрізки (рис.8.1). Аналогічно будуємо графік знаходження оптимальних стратегій гравця В та ціни гри v (рис.8.1).

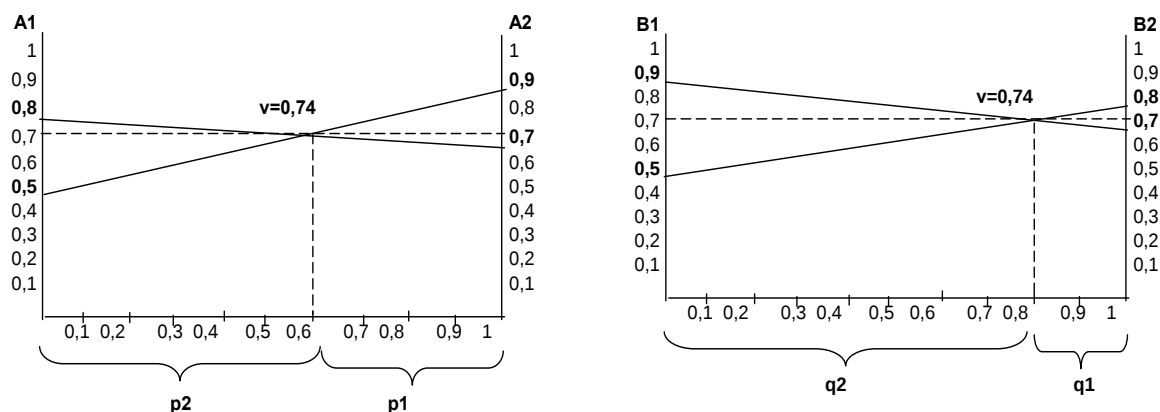


Рисунок 8.1 - Графічний метод рішення задач теорії ігор

8.4 Моделювання конфліктної ситуації методами теорії ігор. Модель авіаційної ергатичної системи методами теорії ігор.

Розвиток інтелектуальних засобів для систем управління транспортом і автоматичним ПР в конфліктних ситуаціях, вдосконалення системи аеронавігаційного обслуговування та дослідження аеронавігаційних систем (АНС) розглянуті в роботах В.П. Харченко, Т.Ф. Шмельової, Ю.В. Сікірди.

Більшість задач, які виникають в АНС, вирішуються в умовах невизначеності. Ігровий підхід дослідження процесів в умовах невизначеності дає можливість отримувати оптимальні і гарантовані (для найгірших випадків) рішення. Методологічною основою вирішення задач є теорія ігор, предмет дослідження якої - завдання ПР в умовах невизначеності, які розглядаються як конфліктні ситуації, колективні рішення, задачі розробки оптимальних планів.

Якщо розробляється оптимальна програма дії людини-оператора, то відбувається гра «людини з природою», де природа - явища (фактори), що впливають на результат дії людини (Козелецький Ю., Ланге О., Таха Х.А.). Тоді приймається рішення в умовах невизначеності. Множина $\{A\}$ - альтернативні рішення Л-О, а $\{Y\}$ - фактори, що впливають на прийняття рішення. Є певна різниця у формуванні матриць рішення і «втрат» до певних типів задач. Формальний опис критеріїв знаходження оптимального рішення в АНС в умовах нестохастичних невизначеності наведені в (Ланге О., Таха Х.А.). Цікаві задачі, пов'язані з управлінням малою групою, такі як задача оптимального призначення, вибору запасного аеродрому, вибору оптимального місця посадки в разі аварійного зниження. Результати, отримані з використанням ігрових моделей для опису і оптимізації конфліктних ситуацій загального вигляду і близьких за змістом, що виникають в системі ОПР і інших системах цивільної авіації (Крижановський Г.А.), дозволяють вирішувати конкретні задачі.

Задача оптимізації ПР людиною - оператором як задача вирішення конфлікту між взаємодією людини і машини, модель конфліктної ситуації між людиною і машиною, якою він керує (обслуговує) розглянута в роботі Харченко В.П., Шмельової Т.Ф., Сікірди Ю.В. (рис.8.2)

Психофізіологічні якості Л-О A	Ергономічні показники машини B					
	B_1	B_2	...	B_j	...	B_n
A_1	u_{11}	u_{12}	...	u_{1j}	...	u_{1n}
A_2	u_{21}	u_{22}	...	u_{2j}	...	u_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
A_i	u_{i1}	u_{i2}	...	u_{ij}	...	u_{in}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	u_{m1}	u_{m2}	...	u_{mj}	...	u_{mn}

Рисунок 8.2 - Формальна матрична форма гри «людина-машина»

Можливо також використання ігрового підходу до розгляду конфліктних ситуацій, які виникають у процесі вирішення задач у системі УПР, наприклад, щодо небезпечного зближення двох ПС. Тут необхідні дії диспетчера, які повинні усунути конфліктну ситуацію. У термінах теорії ігор - знайти оптимальну стратегію гри для двох гравців з протилежними інтересами, якими є ПС.

8.5 Характеристика малих груп

Сучасна авіаційна техніка обслуговується, як правило, не окремими операторами, а групами операторів або взаємопов'язаними колективами. Наприклад, процес управління ПС - це не проста сума паралельних діяльностей, які виконуються окремими членами ЕПС окремо один від одного. Його істотним моментом є взаємозв'язок і взаємодія всіх членів ЕПС. Ефективність їх діяльності визначається вже не тільки і не стільки характеристиками окремих працівників, скільки особливістю їх взаємодії, психологічною сумісністю, спрацьованістю і організованістю, чіткістю розподілу функцій між ними, психологічною структурою колективу і т.д.

На зростання значення групових рішень впливають багато *факторів*. Найважливіші з них: по-перше, як показує досвід суспільного життя, колективні рішення більш раціональні, менш суб'єктивні. Обслуговування в колективі дозволяє краще і всебічно оцінити альтернативи і усунути явно не вигідні варіанти. По-друге, груповий принцип ПР більш демократичний. Члени колективу, спільно ПР, поділяють відповідальність за обрані варіанти дій. Це часто покращує відносини між людьми. По-третє, підвищується ймовірність здійснення ПР. Вся група, або, по крайній мірі, її частина, включається в процес виконання свого власного рішення.

Мала група - це множина людей, об'єднаних в просторі і в часі, спільно вирішують ту чи іншу задачу (виконують певну діяльність) і мають безпосередні (або опосередковані) контакти з технікою. Мала група включає від 2 до 30 чоловік.

Тривалість існування малої групи може бути різною. Вона може бути створена для виконання якого-небудь одного завдання і існує лише в перебігу того часу, яке вимагає це завдання. Але група може бути відносно постійною, наприклад, ЕПС., зміна авіадиспетчерів.

Одним з *факторів*, що впливають на ефективність діяльності малої групи, є її величина, тобто кількість включених до неї працівників. Для кожного конкретного завдання (і конкретної діяльності) можна визначити ту чисельність групи, при якій досягається висока ефективність. Цю чисельність прийнято називати оптимальною. Ефективність виявляється пізніше і в тому випадку, коли вона більше оптимальної.

Мала група відрізняється наступними характерними рисами: наявність загальної, або колективної мети; безпосереднім взаємодією членів колективу; загальними нормами поведінки і розвиненою структурою.

По-перше, група прагне до досягнення певної мети. Ця мета може бути нав'язана ззовні (наприклад, ПР ЕПС на виліт). Таким чином, група, як і індивід, є системою, орієнтованою на ціль. Тому всі твердження, що стосуються таких цілеспрямованих систем, які були зроблені раніше для ЛПР, справедливі і для групи.

По-друге, між членами групи відбувається певна взаємодія. Члени групи спілкуються, зайняті у спільній професійній діяльності, обмінюються поглядами, застосовують системи заохочень і покарань, між ними виникають емоційні відносини і т.д.

По-третє, група має деякі загальні норми, або документ про поведінку її членів. Ці норми визначають спосіб спілкування членів групи, порядок виконання спільних завдань і т.п. Наявність норм полегшує взаємодію людей і забезпечує здійснення спільних цілей.

По-четверте, група має певну структуру, що фіксує систему відносин між членами з точки зору їх положення. Як відомо, люди в колективі виконують різні суспільні функції, займають формальне різне і неформальне положення. Вони можуть бути керівниками і рядовими членами, експертами та виконавцями, авторитетними особами або

неавторитетними. Відносини між членами групи з точки зору положення в ній і утворюють групову структуру. Особливо важлива при цьому структура управління, яка визначає міру контролю за поведінкою одних членів групи з боку інших.

Залежно від конкретних ЗПР можливі різні варіанти функціональної організації групи: «ланцюжок», «зірка», «коло», «мережа» (рис. 8.3).

Група організовується за принципом «ланцюжка», коли виробничий процес розбивається на ряд послідовно виконуваних операцій і доручається окремому виконавцю - члену групи. Коли необхідні операції виконуються паралельно і незалежно одна від одної і їх планування, і координація здійснюється будь-яким певною особою, функціональна структура групи є «зірка».

Якщо процес організований циклічно, тобто, операції, що входять до нього, виконуються послідовно різними працівниками, але при цьому завершальна операція одного циклу є початковою для іншого, то функціональна структура групи є «коло». Нарешті, в тому випадку, коли по ходу процесу всі члени групи пов'язані один з одним, її функціональна структура виступає як «мережа».

Провідна роль в груповій діяльності операторів належить інформаційним зв'язкам між членами групи, що визначаються її функціональною організацією. Чим більше величина груп, тим більша ймовірність інформаційних зв'язків, а значить, і типів організаційних зв'язків. Але реалізація цих можливостей залежить від конкретних завдань, що вирішуються групою. Якщо задача порівняно проста і її рішення не вимагає переробки великих обсягів інформації (а так же складних алгоритмів діяльності), то потенційні зв'язки використовуються частково. Навпаки, більш повне їх використання знижує швидкість виконання завдання і підвищує ймовірність виникнення помилок. У випадку переробки невеликих обсягів інформації найбільш ефективна група централізованого типу («зірка»). При вирішенні завдань, що вимагають переробки великих обсягів інформації і складних алгоритмів діяльності, більш ефективними є групи, організовані за типом «мережі» (повної або неповної).

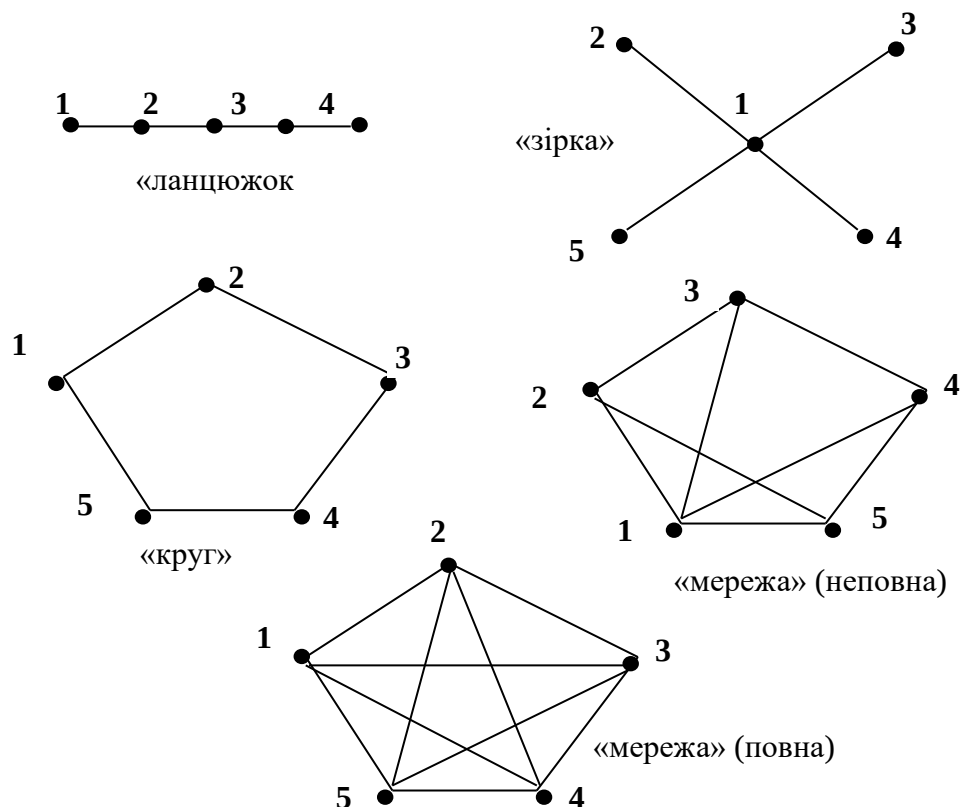


Рисунок 8.3 - Варіанти функціональної організації групи

У процесі формування будь-якої групи складається своєрідний резерв її можливостей, або «колективна здатність». Кожен учасник групи як би вносить в цей резерв свої здібності. В цілому резерв можливостей групи завжди більше суми «резервів» членів, що входять до неї. Однак реалізація цього резерву вимагає певної координованості дій всіх учасників групи.

8.6 Фактори ефективності групових рішень. Сумісність особистості і малої групи.

Рішення групових завдань істотно залежить від структури групи, тобто від характеру з'єднань операторів усередині групи. На рис. 8.3 показані зображення малої групи у вигляді графа, показані оператори. Тут кружками, які є вузлами графа, показані оператори, а лініями - взаємозв'язки між ними. Вважається, що всі лінії, що з'єднують два вузли, однакові і являють собою одиницю відстані.

Відстанню d між двома вузлами i і j називається найменше число ланок, за якими можна пройти від одного вузла до іншого.

Кожен вузол графа характеризується своїми показниками центральності:

$$C_i = \frac{\sum_j d_{ij}}{\sum_j d_{ij}}$$

Показник центральності володіє тим недоліком, що додавання нових вузлів до графу, не змінюючи позиції вузла з максимальною центральністю, змінює в той же час числове значення показання центральності цього вузла. Щоб уникнути цього, вводиться поняття відносної периферійності вузла: $\Pi_i = C_{\max} - C_i$
і повної периферійності графа: $\Pi = \sum \Pi_i$

Поняття периферійності добре збігається з нашими інтуїтивними уявленнями про позицію того чи іншого вузла. Центральний вузол в цьому випадку має $\Pi_i = 0$.

Показник периферійності Π в ряді випадків визначає ефективність вирішення групових завдань. Так, наприклад, при вирішенні ряду ЗПР найкоротший термін і найменше число помилок спостерігається при з'єднанні операторів за схемою, показаною на рис. 8.3 (зірка). У той же час найгірші показники має структура, наведена на рис. 8.3 (ланцюжок), відповідна повній децентралізації (автономісти) роботи операторів.

Порівняння ефективності рішення групових ЗПР за допомогою показника Π можливо для графів, що мають однакову кількість вузлів, оскільки його числове значення залежить від числа вузлів і здатність до вирішення групових ЗПР при невеликих значеннях коефіцієнтів взаємного впливу визначається виключно числом ребер в графі, а не його характером.

Ефективність вирішення групових ЗПР залежить також і від ступеня взаємодії операторів. Чим більше ступінь взаємного впливу операторів на результат спільної роботи, тим менш ефективна діяльність групи. Ступінь взаємодії операторів оцінюють коефіцієнтом взаємного впливу K , що показує, у скільки разів діяльність оператора надає більше вплив на результат роботи партнера, ніж на власний результат. Експериментально встановлено, що для одного і того ж виду групової діяльності: $K_{\text{доп}} * N = \text{const}$

$K_{\text{доп}}$ - допустимий коефіцієнт взаємного впливу операторів;

N - загальне число ребер графа.

При $K > K_{\text{доп}}$ групова задача стає нерозв'язною. Такі задачі вимагають розподілу функціональних обов'язків в групі і виділення лідера, тобто людини, яка взяла на себе роль організатора рішення групової задачі. Решта оператори (члени екіпажу ПС) виконують роль ведених, тобто діють під керівництвом лідера. Встановлено, що найбільша здатність до лідерства виявляється у тих операторів, показник периферійності яких має мінімальне значення. Цим також підтверджується факт, що групи з централізованою структурою мають кращу здатність до вирішення складних групових завдань.

Крім того, лідер (КПС) повинен володіти і деякими необхідними об'єктивними якостями, що виділяють його з усієї групи. До таких якостей відносяться: добре знання

розв'язуваної задачі, авторитетність, здатність організовувати членів екіпажу на рішення ЗПР і т.д. Отже, для виконання ролі лідера необхідна наявність об'єктивних (центральне положення в групі) і суб'єктивних (особисті якості) умов. Недотримання їх призводить до зниження ролі лідера і погіршення здатності групи вирішувати спільні завдання.

8.7 Формування малих груп, методи соціометрії

Виходячи з можливої структури процесу управління і ПР, а також розглянутих особливостей групової діяльності, вибирають прийнятну структуру групи. При виборі структури прагнуть до зменшення загального показника периферійності та числа ребер структурного графа. Однак при цьому необхідно враховувати психологічні можливості операторів з прийому та обробки інформації, бо прагнення до спрощення структури групи може привести до неприпустимого інформаційного навантаження, що припадає на одного оператора. Крім того, необхідно також знайти значення коефіцієнтів взаємного впливу і забезпечити підвищення нерівності: $K \leq K_{\text{доп}}$. У висновку визначається положення лідера і ведених в групі і формуються основні вимоги до них.

У соціометричному методі Н.В.Бахаревої визначається сумісність окремої особистості і невеликої групи. Розглянемо диспетчерську зміну, як малу групу, узгоджена діяльність якої безпосередньо впливає на безпеку польотів.

Сумісна діяльність групи грає важливу роль в процесі роботи екіпажу ПС, диспетчерської зміни. Найбільш яскраві ефекти взаємодії особистості і малої групи проявляються при виникненні позаштатної ситуації. Причому необхідно мати на увазі, що члени диспетчерської зміни об'єднані не тільки спільною трудовою діяльністю, а й загальним відпочинком та іншими видами діяльності. Практика показує, що в такій ситуації навіть незначні розбіжності в думках, оцінках членів зміни, або деяка незгода в їх діях можуть швидко перерости в міжособистісні конфлікти і, що негативно впливає на безпеку польотів. Сумісна діяльність в подібних умовах висуває підвищені вимоги до узгодженості, спрацьованості, психологічної сумісності фахівців.

Виділяють три основні підходи до вивчення і діагностики психологічної сумісності:

- структурний,
- функціональний
- адаптивний.

Структурний підхід заснований на пошуках оптимальних співвідношень психолого-професійних характеристик членів групи (за так званим принципом взаємного доповнення та компенсації). Структурний підхід найбільш ефективний при вивченні міжособистісної сумісності в групах невеликої чисельності, наприклад, в ЕПС, диспетчерських змінах.

Функціональний підхід розглядає групу, як специфічний; психологічний світ, спрямований на дослідження нормативних функцій - ролей, які виконуються кожним членом групи. При цьому не враховуються психолого-професійні характеристики членів групи, які забезпечують виконання групової ролі.

Адаптивний підхід застосовується в практиці соціально-психологічного тренування і орієнтований на активне формування оптимальних міжособистісних відносин. Цей підхід не знайшов поки що широкого поширення через складність розробки тренувальних програм.

В основу методики Бахаревої Н.В. оцінки сумісності окремої особистості і невеликої групи покладена шкала прийнятності використання прямого («я вибираю») і рефлексивного («мене вибирають») критеріїв:

- + 2 - абсолютна прийнятність члена групи для індивіда, який його вибирає;
- + 1 - прийнятність члена групи для індивіда, який його вибирає;
- 0 - байдужість індивіда по відношенню до члена групи;
- 1 - неприйнятність члена групи для індивіда, який його вибирає;
- 2 - абсолютна неприйнятність члена групи для індивіда, який його вибирає.

Випробовувані отримують анкету (таблиця 8.3, для члена №2) і заповнюють дві колонки

оцінками -2; -1; 0; +1; +2. У першій колонці респонденти відповідають на питання «Як я ставлюся до членів мого колективу?», У другій колонці респонденти відповідають на питання «Як члени мого колективу відносяться, на мою думку, до мене?».

Таблиця 8.3 - Анкета-матриця для розрахунку соціометричних індексів

№	ПІБ члена групи	Як я ставлюся до членів мого колективу?	Як члени мого колективу відносяться до мене?
1		+1	0
2	Іванченко	***	***
3		0	+1
...		...	...
N		0	-1

Вхідні оцінки за першим критерієм заносяться в матрицю «фактичної» прийнятності (соціоматриця), по другому - в матрицю «очікуваної» прийнятності (аутосоціоматриця), на основі яких обчислюються наступні соціометричні індекси (СІ):

- емоційна експансивність (ЕЕ);
- соціометричний статус (СС);
- очікуваний соціометричний статус (ОСС);
- очікувана емоційна експансивність (ОЕЕ).

Перші два індекси визначаються по матриці «фактичної» прийнятності (соціоматриця), (Таблиця 8.4), останні два - по матриці «очікуваної» прийнятності (аутосоціоматриця), (Таблиця 8.5), за такою формулою: $CI = \frac{\sum \text{виборів}}{2(N-1)}$

N - число членів малої групи.

Кожен з СІ може приймати значення -1 до +1, що надає певні можливості для їх інтерпретації.

Показники ЕЕ і ОСС характеризують ставлення особистості до групи, тобто роль, яку особистість демонструє.

Індекси СС і ОЕЕ, які є числовим виразом відносини групи до особистості, свідчать про роль, яку їй приписують.

Таблиця 8.4 - Соціоматриця – матриця фактичної прийнятності

Члени групи	1	2	...	N	$\sum$ виборів	СС
1	*					
2		*				
...			*			
N				*		
$\sum$ виборів						
ЕЕ						

Таблиця 8.5 - Аутосоціоматриця – матриця очікуваної прийнятності

Члени групи	1	2	...	N	$\sum$ виборів	ОЕЕ
1	*					
2		*				
...			*			
N				*		
$\sum$ виборів						
ОСС						

У відповідності зі значенням соціометричних індексів виділяються чотири типи ролей, які демонструються і приписуються (рис. 8.4, 8.5).

+OCC	+1
Тип, що суперничає -1	Співпрацюючий тип
-EE	0
Відокремлений тип	Ведений тип
-OCC	-1
	+EE

Рисунок 8.4 - «Персональна» соціограма: позиція особистості в групі як суб'єкта відносин і ролі, яка демонструється.

+CC	+1
Тип, що суперничає -1	Співпрацюючий тип
-EE	0
Відокремлений тип	Ведений тип
-CC	-1
	+OEE

Рисунок 8.5 - «Групова» соціограма: позиція особистості в групі як суб'єкта відносин і ролі, яка приписується

В результаті ранжирування 16 варіантів поєднання типів ролей, які демонструються і приписуються, складена шкала рівнів сумісності особистості і малої групи (Таблиця 8.6)

Таблиця 8.6 - Шкала рівнів сумісності особистості і малої групи

Оцінка	Якісна характеристика	Варіанти з'єднання типів	
		Роль, яка демонструється	Роль, яку приписують
7	Дуже високий	співпрацюючий	співпрацюючий
6	Високий	співпрацюючий	ведений суперничає
5	Вище середнього	ведений	співпрацюючий суперничає ведений
4	Середній	співпрацюючий суперничає	відокремлений
		суперничає відокремлений	співпрацюючий
3	Нижче середнього	суперничає	ведений
		відокремлений	суперничає
		ведений	відокремлений
2	Низький	відокремлений	ведений
		суперничає	суперничає
1	Дуже низький	відокремлений	відокремлений

Застосуємо методи соціометрії на прикладі диспетчерської зміни, в якій налічується разом з керівником польотів 10 членів колективу. Диспетчери (диспетчер-стажер) заповнюють анкети (таблиця 8.7), дві колонки оцінками -2; -1; 0; +1; +2. Анкета-матриця для розрахунку соціометричних індексів диспетчера-учасника опитування №1 в таблиці

Таблиця 8.7 - Анкета-матриця для розрахунку соціометричних індексів учасника опитування №1

№	ПІБ члена групи	Як я ставлюся до членів мого колективу?	Як члени мого колективу відносяться до мене?
1	Іванченко	*****	*****
2	Петренюк	1	1
3	Сидоров	1	1
4	Волков	2	2
5	Доценко	2	2
6	Глебов	0	1
7	Шкурак	0	1
8	Яковлев	-1	-2
9	Ткаченко	1	1
10	Коваленко	2	1

На основі матриць обчислюються наступні соціометричні індекси (СІ):

- емоційна експансивність (ЕЕ);
- соціометричний статус (СС);
- очікуваний соціометричний статус (ОСС);
- очікувана емоційна експансивність (ОЕЕ).

$$CI=EE= CC =OCC= OЭЭ = \Sigma \text{ виборів} / (2(N-1))$$

N - число членів малої групи, N = 10

Визначення соціометричних матриць.

Таблиця 8.8 - Соціоматриця - матриця фактичної прийнятності

№	ПІБ члена групи	Іванченко	Петров	Сидоров	Волков	Доценко.	Глебов	Шкурак	Яковлев	Ткаченк.	Ковален.	сума	СС
1	Іванченко	*	1	1	2	2	0	0	-1	1	2	8	0,44
2	Петренюк	2	*	2	1	0	0	1	0	1	1	8	0,44
3	Сидоров	1	1	*	2	2	1	1	1	1	1	11	0,61
4	Волков	1	1	1	*	0	1	0	0	1	0	5	0,28
5	Доценко	2	2	2	1	*	1	2	1	2	2	15	0,83
6	Глебов	1	0	1	0	1	*	0	0	1	1	5	0,28
7	Шкурак	2	1	1	-2	-2	1	*	-2	-2	1	-2	-0,11
8	Яковлев	0	0	0	0	0	0	0	*	0	0	0	0
9	Ткаченко	1	1	1	1	1	1	1	1	*	1	9	0,5
10	Коваленко	2	-1	2	2	-2	2	-2	2	2	*	7	0,39
	Σ виборів	12	6	11	7	2	7	3	2	7	9		
	ЕЕ	0,67	0,33	0,61	0,39	0,11	0,39	0,17	0,11	0,4	0,5		

Таблиця 8.9 - Аутосоціоматриця - матриця очікуваної прийнятності

№	ПІБ члена групи	Іванченко	Петров	Сидоров	Волков	Доценко	Глебов	Шкурак	Яковлев	Ткаченко	Ковален	Сума	ОЕЕ
1	Іванченко	*	1	1	2	2	1	1	-2	1	1	8	0,44
2	Петренюк	1	*	1	1	1	1	1	0	1	1	8	0,44
3	Сидоров	2	2	*	1	1	1	1	0	0	1	9	0,5
4	Волков	0	0	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0
5	Доценко	1	1	1	1	*	1	1	1	1	1	9	0,5
6	Глебов	1	1	1	1	1	*	1	1	1	1	9	0,5
7	Шкурак	1	1	1	1	1	1	*	1	2	2	11	0,61
8	Яковлев	0	0	0	0	0	0	0	*	0	0	0	0
9	Ткаченко	2	2	2	2	2	2	2	2	*	2	18	1
10	Коваленко	1	0	1	1	0	1	0	1	1	*	6	0,33
	Σ виборів	9	8	8	10	8	8	7	4	7	9		
	ОСС	0,5	0,4	0,4	0,6	0,4	0,4	0	0,2	0,4	0,5		

Перші два індекси визначаються по матриці «фактичної» прийнятності (соціоматриця), останні два - по матриці «очікуваної» прийнятності (аутосоціоматриця).

Побудова соціограм

Кожен з СІ може приймати значення -1 до +1, що надає певні можливості для їх інтерпретації. Показники ЕЕ і ОСС характеризують ставлення особистості до групи, тобто роль, яку особистість демонструє. Індекси СС і ОЕЕ, які є числовим виразом відносини групи до особистості, свідчать про роль, яку їй приписують.

Робимо попередні висновки по чисельним значенням індексів:

1. Неформальний лідер №5 - Доценко, його СС = 8,3
2. Найгірше група відноситься до №7 – Шкурак, його СС = -0.11
3. Вище за всіх себе в групі ставить №1, Іванченко, його ЕЕ = 0.67
4. Найнижче себе оцінює в колективі №5 – Доценко і №8 Яковлев, їх ЕЕ = 0,11. Хоча група дуже високо цінує Доценко.

У відповідності зі значенням соціометричних індексів виділяються чотири типи ролей, які демонструються і приписуються. (Рис 8.6, 8.7).

-1	Тип, що суперничає	+ОСС	+1	Співпрацюючий тип
-ЕЕ	Відокремлений тип		1	Ведений тип
		-ОСС	-1	

Рисунок 8.6 - «Персональна» соціограма: позиція особистості в групі як суб'єкта відносин і ролі, яка демонструється

Тип, що суперничає -1	+CC +1
-EE	1 +OEE +1
Відокремлений тип -CC	Ведений тип -1

Рисунок 8.7 - «Групова» соціограма: позиція особистості в групі як суб'єкта відносин і ролі, яка приписується

8.8 Агрегування індивідуальних переваг. Теорема Ерроу про неможливість.

Американський вчений Кеннет Ерроу в роботі «Соціальний вибір і індивідуальні цінності» довів теорему про неможливість (її ще називають парадоксом Ерроу), яка стверджує, що не існує правила прийняття групового рішення, що задовольняє ряду умов.

Задача вибору групового рішення в *формулюванні Ерроу* така: дано порядки переваг (включаючи рівні оцінки) m альтернатив для n індивідуумів, що складають групу або колектив, і потрібно визначити «справедливі» способи об'єднання цієї множини індивідуальних порядків в один порядок переваг для групи.

Проблема, сформульована Ерроу, складається в загальних рисах з наступного: якщо відомі ранжування множини альтернатив, що були зроблені кожним членом групи, то яким повинно бути групове ранжування цих альтернатив? Ерроу зробив припущення, що стосуються агрегування індивідуальних ранжувань. Ці припущення такі.

Припущення А (універсальність):

- група складається в крайньому випадку з двох членів ($n \geq 2$);
- число альтернатив більше, або дорівнює трьом ($A \geq 3$),
- групове впорядкування альтернатив повинно бути визначено для всіх можливих впорядкувань, вироблених різними членами групи.

Припущення В (позитивний зв'язок групових та індивідуальних переваг). Якщо групове впорядкування свідчить, що альтернатива a_i має перевагу над альтернативою a_j ($a_i \succ_g a_j$) при визначеній сукупності індивідуальних впорядкувань, і якщо ці індивідуальні впорядкування змінюються так, що:

- для всіх індивідів результати парних порівнянь всіх альтернатив, за виключенням a_i , залишаються незмінними;
- результати парних порівнянь між a_i і будь-якою іншою альтернативою або змінюються на користь a_i , або залишаються незмінними, – то тоді групове впорядкування повинно вказувати, що a_i , як і раніше має перевагу перед a_j ($a_i \succ_g a_j$).

Припущення С (незалежність непов'язаних альтернатив). Якщо деяка альтернатива виключається з розгляду, а відношення переваги для альтернатив, що залишилися, на думку інших членів групи, зберігаються незмінними, то їх нове групове впорядкування повинно бути ідентичним початковому груповому впорядкуванню цих же альтернатив.

Припущення D (впевненість членів групи). Для будь-якої пари альтернатив a_i і a_j існує така сукупність індивідуальних впорядкувань, що згідно груповому впорядкуванню альтернатива a_i має перевагу над a_j ($a_i \succ_g a_j$).

Припущення Е (відсутність диктатора). В групі не повинно бути такого члена k , що коли він визнає перевагу a_i над a_j ($a_i^k \succ_g a_j^k$), то і група віддає саме таку перевагу альтернативі a_i перед a_j , незалежно від переваг всіх інших членів групи ($a_i \succ_g a_j$). Ерроу довів, що не існує такого правила об'єднання індивідуальних впорядкувань, яке задовольняло б дуже простим, на перший погляд, припущенням А - Е. Іншими словами,

справедлива така теорема.

Теорема Ерроу (про неможливість): Припущення А, В, С, D, Е несумісні. Тобто не можна розраховувати на таку процедуру об'єднання індивідуальних переваг в одне підсумкове ранжирування групи, яке відповідала б п'яти припущенням одночасно. Один з висновків досліджуваної теореми полягає в тому, що у загальному випадку не існує такої процедури агрегації індивідуальних ранжирувань, застосовуючи яку можна було б обійтись без явного (експліцитного) порівняння ранжирувань різних членів групи. Але ж у будь-якому випадку перед проведенням такого експліцитного обговорення необхідно все ж побудувати узагальнену групову систему переваг експертів та зробити спробу статистично оцінити її узгодженість.

8.9 Стратегії групових рішень

Сутність прийняття рішення в групі полягає в переході від індивідуальних рішень (переваг) до колективних, що виражає точку зору групи в цілому. Розглядають такі стратегії групових рішень.

1. *Стратегія простої більшості*, тобто прийняття рішень простою більшістю голосів. Перевагами даної стратегії є її простота і очевидність: рішення відповідає перевагам більшості членів групи. Не настільки очевидні недоліки даної стратегії. Думка меншості тут абсолютно не впливає на вибір, хоча відомо, що нові ідеї часто народжуються саме у небагатьох людей. До того ж в стратегії простої більшості відсутня узгодженість переваг альтернатив у окремих осіб. Різні члени групи можуть приймати одне і те ж рішення через абсолютно різні мотиви, і вибір, а, отже, і рівень ризику, буде далекий від раціонального.

2. *Стратегія підсумовування рангів*. З цієї стратегії альтернатива, у якій сума рангів найменша визнається найбільш цінною для групи в цілому, ніж альтернатива з більш високою сумою рангів. Припустимо, що рішення, поєднане з ризиком, приймається малою групою, що складається з трьох осіб. Можливі чотири альтернативних рішення: А1, А2, А3, А4.

Рішення даної ситуації відбувається так:

1. Кожен з учасників ранжує наявні альтернативи з 1 (вищий ранг) до 4.
2. По кожній альтернативі визначається сума рангів.
3. Вибирається варіант, сума рангів у якого найменша.

Таблиця 8.10 - Ранжування альтернатив

Експерти	Альтернативи			
	А ₁	А ₂	А ₃	А ₄
1	1	1	1	2
2	3	2	2	3
3	4	3	4	4

3. *Стратегії, засновані на класичних критеріях прийняття рішень* (Вальда, Севіджа, Лапласа, Гурвіца) розглядали в темі 6

4. *Стратегія оптимального передбачення* (Г.Лісовській): слід вибирати таку групову систему переваг, на основі якої можна найкращим (оптимальним) чином передбачити індивідуальні переваги.

Передбачення вважається кращим, якщо середня «втрата» в умовах його застосування мінімальна. Щоб оцінити такого роду помилку - «втрату», порівнюються пари альтернатив в груповому впорядкуванні, на основі якого здійснюються прогнози, з парними упорядкуваннями в індивідуальних стратегіях експертів. Помилка виникає, коли перевагу між парами виявляється іншою, ніж те, як було передбачено. Далі вводиться поняття функції втрати, яка кожному передбаченню індивідуальних уподобань на основі групового упорядкування приписує дійсне число, і яке є оцінкою помилки. Передбачається, що ця

функція є безперервною і монотонно зростає з ростом величини помилки передбачення / прогнозу.

Функція втрати приймає значення «0», якщо передбачення впорядкування пари альтернатив виявилось правильним (збігається), і значення «1», якщо воно виявилось помилковим. Слід вибирати такі групові переваги, для яких середня «втрата», пов'язана з передбаченням, мінімальна.

Основні категорії та поняття. Конфліктна ситуація, чисті стратегії, змішані стратегії, простір стратегій, принцип мінімакса, мала групи авіаційних операторів, функціональна організація групи, фактори ефективності групових рішень, сумісності окремої особистості і малої групи, соціограма, теореми Ерроу, стратегії групових рішень.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть класифікацію задач теорії ігор.
2. Поняття антагоністичних матричних ігор.
3. Поясніть поняття сідловий точки.
4. Які види стратегій в теорії ігор?
5. Поясніть принцип мінімакса в задачах теорії ігор.
6. Як геометрично інтерпретувати ігрову задачу?
7. Ігровий підхід при ПР в умовах невизначеності.
8. Охарактеризуйте малі групи авіаційних операторів
9. Дайте визначення малої групи.
10. Охарактеризуйте варіанти функціональної організації групи.
11. Які фактори ефективності групових рішень?
12. Формування малої групи авіаційних операторів.
13. Розкрийте поняття сумісності окремої особистості і малої групи.
14. Які підходи до вивчення і діагностики психологічної сумісності особистості і малої групи?
15. Розкрийте суть соціометричного методу Н.В. Бахаревої.
16. Назвіть шкалу критеріїв методу Н.В. Бахаревої.
17. Які соціометричні індекси розраховуються за методом Н.В. Бахаревої?
18. Види матриць при розрахунку сумісності особистості і малої групи.
19. Як побудувати соціограму.
20. Назвіть основні положення теореми Ерроу про неможливість.
21. Назвіть стратегії групових рішень.

Список рекомендованих джерел інформації

Література основна

1. Катренко А.В., Пасічник В.В. Прийняття рішень: теорія та практика : підручник. Львів : «Новий Світ – 2000», 2020. 447 с.
2. Математичні методи дослідження операцій : підручник / Є.А. Лавров, Л.П. Перхун, В.В. Шендрик та ін. Суми : Сумський державний університет, 2017. 212 с.
3. Системно-інформаційна методологія проактивної кваліметрії впливу людського чинника на прийняття рішень в аеронавігаційних системах: монографія / О.М. Рева, С.П. Борсук, В.В. Камишин, В.А. Шульгін, В.Д. Пархоменко, В.О. Липчанський; за наук. ред. О. М. Реви. Київ : УкрІНТЕІ, 2019. 166 с.
4. Суркова К.В., Тимошенко Г.С. Основи теорії прийняття рішень: методичні вказівки з теми: «Експертні методи прийняття рішень». Кропивницький: ЛА НАУ, 2021. 64 с.
5. Суркова К.В., Сорока М.Ю. Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Основи теорії прийняття рішень». Кропивницький: ЛА НАУ, 2022. 86 с.
6. Суркова К.В., Сорока М.Ю. Основи теорії прийняття рішень. Методичні рекомендації до практичних занять. Кропивницький ЛА НАУ, 2023. 64 с.
7. Суркова К.В. Основи теорії прийняття рішень. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи. Кропивницький ЛА НАУ, 2023. 26 с.
8. Творошенко І.С. Технології прийняття рішень в інформаційних системах: навч. посібник. Харків: ХНУРЕ, 2021. 120 с.
9. Харченко В.П., Шмельова Т.Ф., Сікірда Ю.В. Прийняття рішень в соціотехнічних системах: монографія. Київ: НАУ, 2016. 309 с.
10. Харченко В.П., Алексєєв О.М. Система управління ризиками авіаційної діяльності: монографія. К.: НАУ, 2018. 312 с.
11. Doc 9859. Керівництво з управління безпекою польотів. Safety Management Manual (SMM). ICAO. URL: <https://www.icao.int/SAM/Documents/2017-SSP-GUY/Doc%209859%20SMM%20Third%20edition%20en.pdf>
12. Pilot's Handbook of Aeronautical Knowledge. Chapter 2 Aeronautical Decision-Making. U.S. Department of Transportation. Federal aviation administration. Flight Standards Service, 2023. 522 p. URL: https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/faa-h-8083-25c.pdf
13. The Manual Airport CDM Implementation. Version 5.0. Brussels, Belgium: European Organization for the Safety of Air Navigation, 2017. 363 p. URL: <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/publication/files/airport-cdm-manual-2017.PDF>

Література додаткова

1. Рева О.М., Камишин В.В. Метод визначення інтегративного показника компетентності експерта. *Наука, технології, інновації*, 2018, № 3. С.27-37
2. Сікірда Ю.В., Шмельова Т.Ф., Касаткін М.В., Тригуб Ю.І. Оптимізація стратегій сумісного прийняття рішень операторами аеронавігаційної системи в конфліктних ситуаціях. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2020. № 4(41). С. 86-94.
3. Суркова К.В., Кобець К.В. Виявлення джерел невизначеності при прийнятті рішення в умовах затримки рейсу. *Авіація, промисловість, суспільство*. Матеріали II міжнародної науково-практичної конференції КЛК ХНУВС (Кременчук, 12 травня 2021). Кременчук: КЛК ХНУВС, 2021. С.246-248.
4. Суркова К.В., Аввакумова К.С. Формалізація процесу прийняття рішення диспетчером із забезпечення польотів в умовах затримки рейсу. *Авіація, промисловість, суспільство*. Матеріали III міжнародної науково-практичної конференції КЛК ХНУВС (Кременчук, 12 травня 2022). Кременчук: КЛК ХНУВС, 2022. С.294-297

Інформаційні ресурси

1. Євроконтроль. URL: <http://www.eurocontrol.int/>
2. Державіаслужба. URL: <http://www.avia.gov.ua>
3. Міністерство Інфраструктури України. URL: <http://www.mtu.gov.ua>
4. Украерорух. URL: <http://uksatse.ua/>
5. Національне бюро з розслідування на транспорті. URL: <http://nbaai.gov.ua/>
6. Державна науково-технічна бібліотека України. URL: <https://dntb.gov.ua/>
7. Вільні джерела наукової інформації. URL: <http://uran.ua/refer/scinfo/free.htm>
8. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. URL: <http://nbuv.gov.ua>
9. Air Traffic Flow Management (ATFM) / Collaborative Decision Making (CDM). URL: <https://www.icao.int/APAC/APAC-RSO/Pages/ATFM-CDM.aspx>
10. Decision-Making (OGHFA BN) URL: <https://www.skybrary.aero/articles/decision-making-oghfa-bn>
11. Human Factors. URL: https://www.faa.gov/files/gslac/courses/content/258/1097/AMT_Handbook_Addendum_Human_Factors.pdf