

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬОТНА АКАДЕМІЯ
НАЦІОНАЛЬНОГО АВІАЦІЙНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Сікірда Ю.В.

**МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ
АВІАЦІЙНИХ ТРАНСПОРТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

Практикум

для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
спеціальності 275 «Транспортні технології»
спеціалізації 275.00 «Авіаційний транспорт»
освітньо-наукової програми «Транспортні технології в авіаційному транспорті»

Кропивницький
2021

УДК 656.7

А в т о р:

Ю.В. Сікірда – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри туризму та авіаційних перевезень.

Р е ц е н з е н т:

О.М. Дмитрієв – доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри льотної експлуатації, аеродинаміки та динаміки польоту.

Сікірда Ю.В.

Методи оптимізації авіаційних транспортних технологій: практикум. Кропивницький: ЛА НАУ, 2021. 68 с.

Практикум містить алгоритми розв'язання типових аналітично-розрахункових задач з курсу «Методи оптимізації авіаційних транспортних технологій» вручну та за допомогою табличного процесора MS Excel, варіанти завдань для самостійного розв'язання, завдання до самостійного опрацювання, творчі завдання, а також питання для експрес-контролю якості засвоєння знань.

Призначений для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти спеціальності 275 «Транспортні технології» спеціалізації 275.00 «Авіаційний транспорт» освітньо-наукової програми «Транспортні технології в авіаційному транспорті».

УДК 656.7

Розглянуто та рекомендовано для видання і використання у освітньому процесі академії рішенням: кафедри туризму та авіаційних перевезень, протокол від 31 серпня 2021 року № 1; науково-методичною радою ЛА НАУ, протокол від 29 вересня 2021 року № 1.

© *Ю.В. Сікірда*, 2021

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Аналітично-розрахункова задача №1	
Оптимальний розподіл матеріальних ресурсів авіаційного підприємства.....	5
Аналітично-розрахункова задача №2	
Визначення оптимального плану транспортних (авіаційних) перевезень.....	12
Аналітично-розрахункова задача №3	
Мережеве планування управління проектами авіаційного підприємства.....	23
Аналітично-розрахункова задача №4	
Оптимальне управління запасами авіаційного підприємства.....	31
Аналітично-розрахункова задача №5	
Прогнозування попиту на послуги авіаційного підприємства.....	38
Аналітично-розрахункова задача №6	
Проектування будівництва виробничого (аеропортового) комплексу.....	46
Аналітично-розрахункова задача №7	
Оптимізація передпольотного обслуговування літаків авіаційного підприємства.....	52
Аналітично-розрахункова задача №8	
Статистичний контроль якості продукції авіаційного підприємства.....	60
Список використаних джерел.....	79
Додаток А	
Таблиця значень критерію Ст'юдента.....	80

ВСТУП

Практикум складений згідно робочої програми навчальної дисципліни «Методи оптимізації авіаційних транспортних технологій» відповідно до навчального плану підготовки здобувачів вищої освіти освітнього ступеню «доктор філософії» спеціальності 275 «Транспортні технології» спеціалізації 275.00 «Авіаційний транспорт» освітньо-наукової програми «Транспортні технології в авіаційному транспорті».

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

- 1 Детерміновані методи оптимізації авіаційних транспортних технологій
- 2 Ймовірнісні методи оптимізації авіаційних транспортних технологій

Мета викладання навчальної дисципліни «Методи оптимізації авіаційних транспортних технологій» – формування професійних знань та набуття практичних навичок в застосуванні методів оптимізації для удосконалення авіаційних транспортних технологій.

Завдання вивчення дисципліни «Методи оптимізації авіаційних транспортних технологій» – освоєння і використання апарату теорії оптимізації для удосконалення авіаційних транспортних технологій; з'ясування ролі, стану і перспектив розвитку методів оптимізації авіаційних транспортних технологій; прищеплення здобувачам вищої освіти навичок дослідження і аналізу.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен

знати:

- сутність та напрями застосування оптимізації авіаційних транспортних технологій;
- класифікацію методів оптимізації;
- необхідні умови для постановки задачі оптимізації;
- роль методів оптимізації в удосконаленні авіаційних транспортних технологій;

вміти:

- виконувати постановку задачі оптимізації на базі відомої математичної моделі об'єкту дослідження;
- застосовувати результати оптимізації для підвищення ефективності авіаційних транспортних технологій;
- використовувати сучасні інформаційні технології при оптимізації авіаційних транспортних технологій;

бути ознайомленим:

- з специфікою застосування методів оптимізації при дослідженні, проектуванні, плануванні, аналізі та синтезі, а також управлінні авіаційними транспортними технологіями.

Аналітично-розрахункова задача № 1

Оптимальний розподіл матеріальних ресурсів авіаційного підприємства

I. Вихідні дані

Підприємство виробляє три різних марки авіабензину: Б-91/115, Б-95/130 та Б-100/130, кожна з яких отримується із сировини (нафти), закупленої у 2-х різних постачальників: фірми „ЮКОС” та фірми „Нафтотрейд”. Об’єми авіабензину різних марок, які можна отримати з однієї тонни нафти, обмеження на обсяг їх виробництва та відносний прибуток від продажу представлені в табл. 1.1.

Вам доручено визначити, яку кількість нафти необхідно закупити в кожного з постачальників, щоб дістати максимальний прибуток від реалізації авіабензину.

II. Завдання до ситуації

1. Побудуйте рівняння цільової функції задачі.
2. Побудуйте рівняння обмежень задачі.
3. Визначте максимальний прибуток підприємства від реалізації авіабензину.
4. Знайдіть оптимальну кількість нафти, яку необхідно закупити в кожного з постачальників.
5. Перевірте, чи виконуються задані обмеження.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 1.1 – Об’єми авіабензину, які можна отримати з однієї тонни нафти, обмеження на обсяг їх виробництва та відносний прибуток від продажу

Марка авіабензину	Об’єми авіабензину, т		Обмеження на обсяг вироблення авіабензину, т
	Нафта фірми „ЮКОС”	Нафта фірми „Нафтотрейд”	
Б-91/115	0,2	0,3	$\leq 1,8$
Б-95/130	0,2	0,1	$\leq 1,2$
Б-100/130	0,3	0,3	$\leq 2,4$
Відносний прибуток, тис. у.о.	5	6	

IV. Алгоритм розв’язання задачі

1. Задача оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства відноситься до класу **задач лінійного програмування** – задач оптимізації з лінійною цільовою функцією та допустимою множиною значень змінних, обмеженою лінійними рівностями або нерівностями.

Математична модель загальної задачі лінійного програмування:

- цільова функція (1.1):

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max; \quad (1.1)$$

- обмеження (1.2):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; \quad (1.2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Позначимо x_1 – кількість нафти, яку потрібно закупити у фірми „ЮКОС” і x_2 – кількість нафти, яку потрібно закупити у фірми „Нафтотрейд”.

Для прикладу маємо наступну модель:

– цільова функція (1.3):

$$L = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max; \quad (1.3)$$

– обмеження (1.4):

$$\begin{cases} 0,2x_1 + 0,3x_2 \leq 1,8; \\ 0,2x_1 + 0,1x_2 \leq 1,2; \\ 0,3x_1 + 0,3x_2 \leq 2,4; \end{cases} \quad (1.4)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

2. Найпоширенішим для розв'язання загальної задачі лінійного програмування є **симплекс-метод**, який полягає в перетворенні цільової функції і системи нерівностей у відповідні рівності (табл. 1.2) для побудови графіків функцій (рис. 1.1).

Таблиця 1.2 – Дані для побудови графіків

Рівності	Змінні		Позначення прямих на рис. 1.1
	x_1	x_2	
$0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8$	0	6	(1)
	9	0	
$0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$	0	12	(2)
	6	0	
$0,3x_1 + 0,3x_2 = 2,4$	0	8	(3)
	8	0	
$L = 5x_1 + 6x_2 = 30$	0	5	(4)
	6	0	

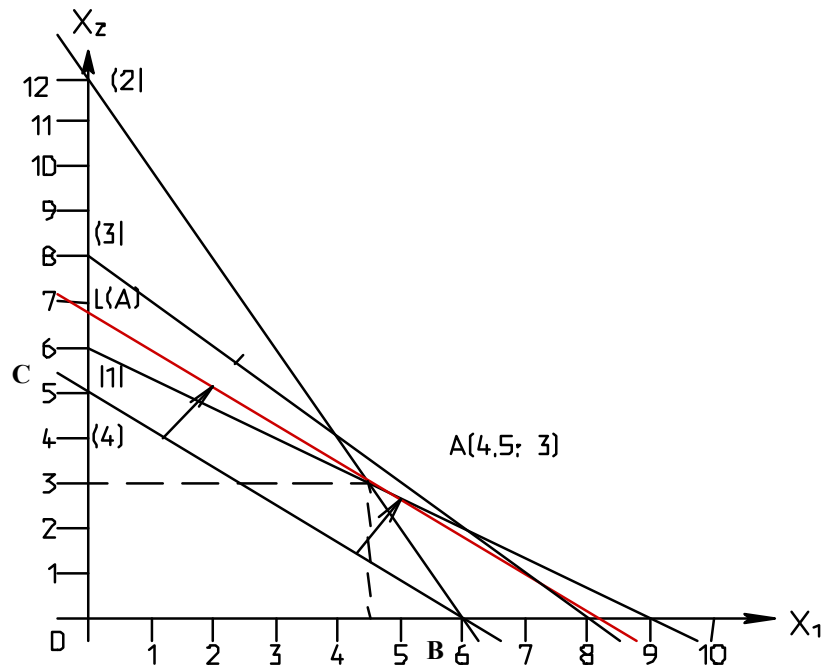


Рисунок 1.1 – Графічна інтерпретація задачі про постачальників

З рис. 1.1 видно, що область допустимих значень змінних x_1 , x_2 обмежується віссю координат X_1 , віссю координат X_2 та прямими $0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8$ (1) і $0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$ (2).

3. Переміщаючи подумки $L = 30$ у напрямку зростання функції L , $L \rightarrow \max$ (рис. 1.1), помітимо, що найбільше значення цільова функція може прийняти в:

т. А – точці перетину прямих $0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8$ (1) та $0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$ (2);

т. В – точці перетину прямої $0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$ (2) з віссю X_1 ;

т. С – точці перетину прямої $0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8$ (1) з віссю X_2 .

Визначимо координати т. А, розв'язавши систему рівнянь:

$$\begin{cases} 0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8; \\ 0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2. \end{cases}$$

Від рівняння $0,2x_1 + 0,3x_2 = 1,8$ віднімаємо рівняння $0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$ і отримуємо рівняння $0,2x_2 = 0,6$, з якого знаходимо значення $x_2 = 3$.

Підставив в рівняння $0,2x_1 + 0,1x_2 = 1,2$ значення $x_2 = 3$ знаходимо значення $x_1 = (1,2 - 0,1 \cdot 3) / 0,2 = 4,5$.

Значення цільової функції в т. А:

$$L(A) = 5 \cdot 4,5 + 6 \cdot 3 = 40,5 \text{ тис. у.о.}$$

Значення цільової функції в т. В:

$$L(B) = 5 \cdot 6 + 6 \cdot 0 = 30 \text{ тис. у.о.}$$

Значення цільової функції в т. С:

$$L(C) = 5 \cdot 0 + 6 \cdot 6 = 36 \text{ тис. у.о.}$$

4. Таким чином, рішенням задачі є координати т. А, підстановка яких у цільову функцію дає її найбільше значення. При цьому задані обмеження на обсяг вироблення продукції виконуються:

$$0,2 \cdot 4,5 + 0,3 \cdot 3 = 1,8;$$

$$0,2 \cdot 4,5 + 0,1 \cdot 3 = 1,2;$$

$$0,3 \cdot 4,5 + 0,3 \cdot 3 = 2,25 < 2,4.$$

Оптимальна кількість нафти, яку необхідно закупити у фірми „ЮКОС”, складає 4,5 тонн, у фірми „Нафтотрейд” – 3 тонни. При цьому максимальний прибуток підприємства від реалізації авіабензину складе 40,5 тис. у.о.

Алгоритм розв’язання задачі № 1 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити форму для задачі у вигляді табл. 1 (рис. 1.2).
2. Ввести вихідні дані задачі та залежності з математичної моделі (1.3) - (1.4) в таблицю (рис. 1.3):
 - 2.1. Ввести об’єми авіабензину з 1 тонни нафти в діапазон даних В4:С6.
 - 2.2. Ввести обмеження на обсяг вироблення авіабензину в діапазон даних D4:D6.
 - 2.3. Вказати відносний прибуток від продажу в у.о. у комірках В7:С7.
 - 2.4. У добудований рядок **Кількість нафти**, який після роботи інструмента **Пошук рішення** містить оптимальний план розподілу, ввести одиничні початкові значення (комірки В8:С8).
 - 2.5. Розрахувати комірки добудованого стовпця **Всього**:
 - курсор в комірку Е4;
 - курсор на кнопку ”Майстер функцій” f_x ;
 - на екрані: діалогове вікно "Майстер функцій – крок 1 з 2";
 - курсор у вікно функції на СУММПРОИЗВ (категорія: Математичні);
 - "ОК";
 - на екрані: діалогове вікно СУММПРОИЗВ;
 - в масив 1 ввести В4:С4 (виділити мишкою);
 - в масив 2 ввести В8:С8;
 - "ОК";
 - на екрані: в Е4 введені значення обмеження “=СУММПРОИЗВ(В4:С4;В8:С8)”;
 - аналогічно – для Е5 (=СУММПРОИЗВ(В5:С5;В8:С8), Е6 (=СУММПРОИЗВ(В6:С6;В8:С8)).
 - 2.6. Ввести залежність для цільової функції (1.3):
 - курсор в комірку Е7;
 - курсор на кнопку ”Майстер функцій” f_x ;
 - на екрані: діалогове вікно "Майстер функцій – крок 1 з 2";
 - курсор у вікно функції на СУММПРОИЗВ (категорія: Математичні);

- "ОК";
- на екрані: діалогове вікно СУММПРОИЗВ;
- в масив 1 ввести В7:С7 (виділити мишкою);
- в масив 2 ввести В8:С8;
- "ОК";
- на екрані: в Е7 введені значення цільової функції "СУММПРОИЗВ(В7:С7;В8:С8)".

Встановлення функціональних зв'язків між комірками закінчено.

3. Робота в діалоговому вікні **Пошук рішення**:

- курсор в цільову комірку Е7;
- курсор в меню "Сервіс";
- команда "Пошук рішення";
- на екрані: діалогове вікно "Пошук рішення";
- курсор в поле "Установити цільову комірку", ввести адрес цільової функції: Е7;
- ввести направлення цільової функції: "Максимальному значенню";
- курсор в поле "Змінюючи комірки", ввести адрес В8:С8 (виділити мишкою);
- курсор в "Добавити";
- на екрані: діалогове вікно "Добавлення обмежень";
- в поле "Посилання на комірку" вводимо адресу В8:С8, в полі "Обмеження" обираємо знак \geq , в праве поле вводимо 0. Отримуємо обмеження: В8:С8 \geq 0;
- "Добавити";
- в поле "Посилання на комірку" вводимо адресу Е4:Е6, в полі "Обмеження" обираємо знак \leq , в праве поле вводимо D4:D6. Отримуємо обмеження: Е4:Е6 \leq D4:D6;
- "ОК";
- на екрані: діалогове вікно "Пошук рішення" з введеними умовами.

4. Розв'язання задачі лінійного програмування:

- курсор в "Параметри";
- на екрані: діалогове вікно "Параметри пошуку рішення";
- ввести задані параметри задачі ("Лінійна модель", оцінка "Лінійна");
- "ОК";
- курсор в "Виконати";
- на екрані: діалогове вікно "Результати пошуку рішення";
- зберегти знайдене рішення;
- "ОК".

5. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 1.4.

Видно, що максимальний прибуток підприємства від реалізації продукції складає 40,5 тис. у.о. (комірка Е7). Оптимальна кількість нафти, яку необхідно закупити у кожного з постачальників:

- фірма «Юкос» - 4,5 тонни (комірка В8);
- фірма «Нафтотрейд» - 3 тонни (комірка С8).

Задані обмеження на обсяг вироблення продукції (комірки Е4, Е5, Е6) виконуються.

	А	В	С	Д	Е
1					Таблиця 1
2	Марка авіабензину	Об'єми авіабензину з 1 т нафти, т		Обмеження на обсяг вироблення авіабензину, т	Всього
3		Нафта фірми "Юкос"	Нафта фірми "Нафтотрейд"		
4	Б-91/115				
5	Б-95/130				
6	Б-100/130				
7	Відносний прибуток, тис. у.о.				
8	Кількість нафти, т				
9					

Рисунок 1.2 – Форма для розв'язання задачі про постачальників

	А	В	С	Д	Е
1					Таблиця 1
2	Марка авіабензину	Об'єми авіабензину з 1 т нафти, т		Обмеження на обсяг вироблення авіабензину, т	Всього
3		Нафта фірми "Юкос"	Нафта фірми "Нафтотрейд"		
4	Б-91/115	0,2	0,3	1,8	0,5
5	Б-95/130	0,2	0,1	1,2	0,3
6	Б-100/130	0,3	0,3	2,4	0,6
7	Відносний прибуток, тис. у.о.	5	6		11
8	Кількість нафти, т	1	1		
9					

Рисунок 1.3 – Введення вихідних даних у форму

	А	В	С	Д	Е
1					Таблиця 1
2	Марка авіабензину	Об'єми авіабензину з 1 т нафти, т		Обмеження на обсяг вироблення авіабензину, т	Всього
3		Нафта фірми "Юкос"	Нафта фірми "Нафтотрейд"		
4	Б-91/115	0,2	0,3	1,8	1,8
5	Б-95/130	0,2	0,1	1,2	1,2
6	Б-100/130	0,3	0,3	2,4	2,25
7	Відносний прибуток, тис. у.о.	5	6		40,5
8	Кількість нафти, т	4,5	3		
9					

Рисунок 1.4 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 1

Необхідно визначити, яку кількість нафти необхідно закупити в кожного з постачальників, щоб дістати максимальний прибуток від реалізації авіабензину. Об'єми авіабензину різних марок, які можна отримати з однієї тонни нафти, обмеження на обсяг їх вироблення та відносний прибуток від продажу представлені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Об’єми авіабензину, які можна отримати з однієї тонни нафти, обмеження на обсяг їх вироблення та відносний прибуток від продажу

Марка авіабензину	Об’єми авіабензину, т		Обмеження на обсяг вироблення авіабензину, т
	Нафта фірми 1	Нафта фірми 2	
М 1	a_{11}	a_{12}	$\leq b_1$
М 2	a_{21}	a_{22}	$\leq b_2$
М 3	a_{31}	a_{32}	$\leq b_3$
Відносний прибуток, тис. у.о.	c_1	c_2	

Чисельні значення коефіцієнтів a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , a_{31} , a_{32} , b_1 , b_2 , b_3 , c_1 , c_2 визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 1.4.

Таблиця 1.4 – Вихідні дані для розв’язання задачі лінійного програмування

№ вар.	Коефіцієнти в математичній моделі задачі										
	c_1	c_2	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	a_{31}	a_{32}	b_1	b_2	b_3
1	1	2	0,1	0,9	0,9	0,2	0,1	0,2	1,8	1,8	2,0
2	2	2	0,2	0,8	0,8	0,3	0,3	0,4	1,6	2,4	1,2
3	3	2	0,3	0,7	0,7	0,4	0,5	0,6	2,1	2,8	3,0
4	4	2	0,4	0,6	0,6	0,5	0,7	0,8	2,4	3,0	5,6
5	5	2	0,5	0,5	0,5	0,6	0,9	1,0	2,5	3,0	1,8
6	6	2	0,6	0,4	0,4	0,7	0,1	0,1	1,2	2,8	1,0
7	7	2	0,7	0,3	0,3	0,8	0,3	0,3	2,1	2,4	3,0
8	8	2	0,8	0,2	0,2	0,9	0,5	0,5	2,4	1,8	2,0
9	1	3	0,9	0,1	0,1	0,1	0,7	0,7	0,9	1,0	1,4
10	2	3	0,1	0,2	0,9	0,3	0,9	0,9	2,0	2,7	1,8
11	3	3	0,2	0,3	0,8	0,4	0,2	0,2	0,6	3,2	4,0
12	4	3	0,3	0,4	0,7	0,5	0,4	0,4	1,2	3,5	1,6
13	5	3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	2,0	3,6	2,4
14	6	3	0,5	0,6	0,5	0,7	0,8	0,8	3,0	3,5	3,2
15	7	3	0,6	0,7	0,4	0,8	1,0	1,0	4,2	4,8	5,0
16	8	3	0,7	0,8	0,3	0,9	0,1	0,4	5,6	2,7	4,0
17	1	4	0,8	0,9	0,2	0,1	0,3	0,6	7,2	2,0	1,8
18	2	4	0,9	0,9	0,1	0,2	0,5	0,8	8,1	4,0	4,0
19	3	4	0,1	0,3	0,9	0,4	0,7	1,0	3,0	3,6	4,2
20	4	4	0,2	0,4	0,8	0,5	0,9	0,1	0,8	4,0	1,8
21	5	4	0,3	0,5	0,7	0,6	0,2	0,9	1,5	4,2	1,8
22	6	4	0,4	0,6	0,6	0,7	0,4	0,7	2,4	4,2	2,8
23	7	4	0,5	0,7	0,5	0,8	0,6	0,5	3,5	4,0	3,0
24	8	4	0,6	0,8	0,4	0,9	0,8	0,3	4,8	3,6	2,4
25	1	1	0,7	0,9	0,3	0,1	1,0	0,1	6,3	3,0	1,0

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 1

Представте загальний алгоритм розв’язання задачі лінійного програмування, не прив’язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 1

Перевірте, чи зміниться значення цільової функції в задачі лінійного програмування за умови накладення на змінні обмеження цілочисельності (меню "Сервіс" → команда "Пошук рішення" → "Добавити" → в поле "Посилання на комірку" діалогового вікна "Добавлення обмежень" ввести для адресу B4:C4 → в полі вибору знаку обрати "цел" → "ОК" → "Виконати"). Поясніть отриманий результат.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 1

1. До якого класу задач відноситься задача оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства, в чому їх особливість?
2. Як виглядає цільова функція задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства?
3. Які обмеження вводяться в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства?
4. Що в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства позначається змінними x_1, x_2 ?
5. Чи можуть змінні в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства бути від'ємними?
6. Чи можуть змінні в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства бути дробовими?
7. Який метод є найпоширенішим для розв'язання загальної задачі лінійного програмування, в чому він полягає?
8. Як визначити область допустимих значень змінних в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства?
9. Як визначити значення цільової функції в задачі оптимального розподілу матеріальних ресурсів підприємства?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування задача оптимального розподілу матеріальних ресурсів?

Аналітично-розрахункова задача № 2

Визначення оптимального плану транспортних (авіаційних) перевезень

I. Вихідні дані

Авіакомпанія займається перевезенням вантажів транспортними літаками від підприємств-постачальників Кривого Рогу, Харкова й Одеси до підприємств-споживачів Запоріжжя, Дніпра, Києва і Вінниці. В табл. 2.1 показані можливості пропозиції постачаючих підприємств і попит споживаючих підприємств, а також вартість c_{ij} в умовних одиницях перевезення тонни вантажу від i -го постачальника до j -го споживача.

Вам доручено визначити оптимальну структуру перевезень, тобто, об'єми перевезень x_{ij} між i -м постачальником і j -м споживачем, що забезпечує мінімальну вартість.

II. Завдання до ситуації

1. Побудуйте рівняння цільової функції задачі.
2. Побудуйте рівняння обмежень задачі.
3. Знайдіть мінімальну вартість перевезень.
4. Визначте оптимальну структуру перевезень, що забезпечує мінімальну вартість.
5. Перевірте, чи виконуються задані обмеження.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 2.1 – Вартість перевезення вантажу від постачальників до споживачів

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
Кривий Ріг	10 x_{11}	20 x_{12}	120 x_{13}	110 x_{14}	150
Харків	180 x_{21}	170 x_{22}	190 x_{23}	200 x_{24}	250
Одеса	130 x_{31}	160 x_{32}	190 x_{33}	180 x_{34}	100
Попит, т	50	150	150	150	

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. **Транспортна задача** є представником класу **задач лінійного програмування** і тому має всі якості лінійних оптимізаційних задач, але одночасно вона має додаткову корисну властивість, яка полягає в можливості коефіцієнтів в обмеженнях приймати тільки два значення: 1 або 0.

Транспортна задача, в якій сумарний попит і сумарна пропозиція збігаються, називається **закритою задачею**, у протилежному випадку - **відкритою**. Відкрита задача розв'язується приведенням до закритої.

Математична модель транспортної задачі:

- цільова функція (2.1):

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (2.1)$$

- обмеження (2.2):

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j;$$
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n};$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Для прикладу маємо наступну модель:

- цільова функція (2.3):

$$L = 100x_{11} + 20x_{12} + 20x_{13} + 110x_{14} + 120x_{21} + 70x_{22} + 90x_{23} + 200x_{24} + 40x_{31} + 140x_{32} + 160x_{33} + 180x_{34} \rightarrow \min; \quad (2.3)$$

- обмеження (2.4):

$$\left\{ \begin{array}{l} 1x_{11} + 1x_{12} + 1x_{13} + 1x_{14} + 0x_{21} + 0x_{22} + 0x_{23} + 0x_{24} + 0x_{31} + 0x_{32} + 0x_{33} + 0x_{34} = 150; \\ 0x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} + 1x_{21} + 1x_{22} + 1x_{23} + 1x_{24} + 0x_{31} + 0x_{32} + 0x_{33} + 0x_{34} = 250; \\ 0x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} + 0x_{21} + 0x_{22} + 0x_{23} + 0x_{24} + 1x_{31} + 1x_{32} + 1x_{33} + 1x_{34} = 100; \\ 1x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} + 1x_{21} + 0x_{22} + 0x_{23} + 0x_{24} + 1x_{31} + 0x_{32} + 0x_{33} + 0x_{34} = 50; \\ 0x_{11} + 1x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} + 0x_{21} + 1x_{22} + 0x_{23} + 0x_{24} + 0x_{31} + 1x_{32} + 0x_{33} + 0x_{34} = 150; \\ 0x_{11} + 0x_{12} + 1x_{13} + 0x_{14} + 0x_{21} + 0x_{22} + 1x_{23} + 0x_{24} + 0x_{31} + 0x_{32} + 1x_{33} + 0x_{34} = 150; \\ 0x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} + 1x_{14} + 0x_{21} + 0x_{22} + 0x_{23} + 1x_{24} + 0x_{31} + 0x_{32} + 0x_{33} + 1x_{34} = 150; \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$x_{11} \geq 0;$$

$$x_{12} \geq 0;$$

$$x_{13} \geq 0;$$

$$x_{14} \geq 0;$$

$$x_{21} \geq 0;$$

$$x_{22} \geq 0;$$

$$x_{23} \geq 0;$$

$$x_{24} \geq 0;$$

$$x_{31} \geq 0;$$

$$x_{32} \geq 0;$$

$$x_{33} \geq 0;$$

$$x_{34} \geq 0.$$

Знайдемо допустиме рішення транспортної задачі **методом північно-західного кута**.

Рішення починається з лівої верхньої клітки (північно-західного кута) транспортної таблиці, тобто зі змінної x_{11} :

- змінній x_{11} надається максимальне значення, що допускається обмеженнями на попит та пропозицію;
- викреслюється рядок (чи стовпець) з цілком реалізованою пропозицією (чи з задоволеним попитом). Якщо одночасно задовольняються попит та пропозиція, викреслюється тільки рядок або тільки стовпець;
- якщо не викреслений тільки один рядок або тільки один стовпець, процес зупиняється. У протилежному випадку переходять до клітини праворуч, якщо викреслений стовпець, чи до нижньої клітини, якщо викреслений рядок. Потім повертаються до першого кроку.

Отримане допустиме рішення наводиться в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Допустиме рішення транспортної задачі

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
Кривий Ріг	10 <i>50</i> →	20 <i>100</i>	120	110	150
Харків	180	170 ↓ <i>50</i> →	190 <i>150</i> →	200 ↓ <i>50</i>	250
Одеса	130	160	190	180 ↓ <i>100</i>	100
Попит, т	50	150	150	150	

Вартість перевезення для початкового базисного рішення дорівнює:

$$L = 50 \cdot 10 + 100 \cdot 20 + 50 \cdot 170 + 150 \cdot 190 + 50 \cdot 200 + 100 \cdot 180 = 67500 \text{ у.о.}$$

2. Знайдемо оптимальне рішення транспортної задачі **методом потенціалів**.

2.1. Ставимо у відповідність кожному підприємству-постачальнику деяку величину U_i – потенціал i -го підприємства-постачальника, а кожному підприємству-споживачу – деяку величину V_j – потенціал j -го підприємства-споживача (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 – Введення потенціалів

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т	
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця		
Кривий Ріг	10 <i>50</i>	20 <i>100</i>	120	110	150	U_1
Харків	180	170 <i>50</i>	190 <i>150</i>	200 <i>50</i>	250	U_2
Одеса	130	160	190	180 <i>100</i>	100	U_3
Попит, т	50	150	150	150		
	V_1	V_2	V_3	V_4		

2.2. Для кожної заповненої клітки транспортної таблиці (для базисних змінних) складаємо рівняння, пов'язані з вартістю: $U_i + V_j = C_{ij}$. Щоб знайти значення потенціалів з цієї системи рівнянь, привласнюємо одному з них довільне значення (звичайно $U_1=0$) і потім послідовно обчислюємо значення інших потенціалів (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Знаходження значень потенціалів

Базисні змінні	Рівняння щодо потенціалів	Рішення
x_{11}	$U_1 + V_1 = 10$	$U_1=0 \rightarrow V_1=10$
x_{12}	$U_1 + V_2 = 20$	$U_1=0 \rightarrow V_2=20$
x_{22}	$U_2 + V_2 = 170$	$V_2=20 \rightarrow U_2=150$
x_{23}	$U_2 + V_3 = 190$	$U_2=150 \rightarrow V_3=40$
x_{24}	$U_2 + V_4 = 200$	$U_2=150 \rightarrow V_4=50$
x_{34}	$U_3 + V_4 = 180$	$V_4=50 \rightarrow U_3=130$

У підсумку маємо: $U_1=0, U_2=150, U_3=130, V_1=10, V_2=20, V_3=40, V_4=50$.

2.3. Використовуючи обчислені значення потенціалів, для кожної небазисної змінної (порожньої клітки транспортної таблиці) обчислюємо величини $U_i + V_j - C_{ij}$ (табл. 2.5).

Таблиця 2.5 – Обчислення значень $U_i + V_j - C_{ij}$

Небазисні змінні	Значення $U_i + V_j - C_{ij}$
x_{13}	$U_1 + V_3 - C_{13} = 0 + 40 - 120 = -80$
x_{14}	$U_1 + V_4 - C_{14} = 0 + 50 - 110 = -60$
x_{21}	$U_2 + V_1 - C_{21} = 150 + 10 - 180 = -20$
x_{31}	$U_3 + V_1 - C_{31} = 130 + 10 - 130 = 10$
x_{32}	$U_3 + V_2 - C_{32} = 130 + 20 - 160 = -10$
x_{33}	$U_3 + V_3 - C_{33} = 130 + 40 - 190 = -20$

2.4. Через те, що для небазисної змінної x_{31} значення $U_i + V_j - C_{ij}$ не є від'ємним, знайдене рішення не можна вважати оптимальним. Так як в транспортній задачі ведеться пошук мінімуму вартості перевезень, то в базис вводиться змінна з найбільшим позитивним значенням $U_i + V_j - C_{ij}$ (x_{31}).

2.5. Визначивши змінну, що вводиться в базис, далі треба визначити змінну, що виключається з базису, так як в даному прикладі кількість базисних змінних повинна дорівнювати $3 + 4 - 1 = 6$.

Змінна, що виключається з базису, визначається наступним чином. Вибираючи в якості змінної, що вводиться в базис, змінну x_{31} , ми хочемо, щоб перевезення за маршрутом, що відповідають цій змінній, зменшили загальну вартість перевезень. Позначимо через θ кількість вантажу, що перевозиться за маршрутом Одеса-Запоріжжя (тобто, $x_{31} = \theta$). Максимально можливе значення θ визначаємо за наступними умовами:

1. Повинні виконуватися обмеження на попит і пропозицію.
2. Ні за яким маршрутом не повинні виконуватись перевезення з від'ємним об'ємом вантажу.

Для знаходження θ побудуємо замкнений цикл, який об'єднує клітини, що відповідають поточним базисним змінним, і клітину, яка відповідає змінній, що вводиться в базис (табл. 2.6). Для будь-якої змінної, що вводиться, можна побудувати тільки один замкнений цикл.

2.6. За даними табл. 2.6 знайдемо значення θ . Для задоволення обмежень за попитом і пропозицією треба по чергові віднімати і прибавляти θ до значень

базисних змінних, що розташовані в кутових клітинах циклу (направлення обходу циклу не має значення: за або проти часової стрілки). Нові значення базисних змінних залишаються невід’ємними, якщо будуть виконуватись наступні нерівності:

$$x_{11} = 50 - \theta \geq 0,$$

$$x_{22} = 50 - \theta \geq 0,$$

$$x_{34} = 100 - \theta \geq 0.$$

Таблиця 2.6 – Перший цикл перерахунку

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т	
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця		
Кривий Ріг	 $50 - \theta$	$100 + \theta$	120 -80	110 40	150	$U_1 = 0$
Харків	180 -20	$50 - \theta$	190 150	200 $50 + \theta$	250	$U_2 = 150$
Одеса	θ	160 -10	190 -20	180 $100 - \theta$	100	$U_3 = 130$
Попит, т	50	150	150	150		
	$V_1 = 10$	$V_2 = 20$	$V_3 = 40$	$V_4 = 50$		

Звідси випливає, що найбільше значення, яке може прийняти θ , дорівнює 50, при цьому змінні x_{11} і x_{22} обертаються на 0. Так як тільки одна змінна виключається з базису, в якості змінної, що виключається, можна обрати як x_{11} , так і x_{22} . Зупинимо свій вибір на x_{11} .

2.7. Визначивши значення для змінної, що вводиться ($x_{31} = 50$), і обравши змінну, що виключається (x_{11}), далі необхідно скоректувати значення базисних змінних, що відповідають кутовим клітинам замкненого циклу (табл. 2.7).

Таблиця 2.7 – Коректування значень базисних змінних

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т	
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця		
Кривий Ріг	10	20 150	120	110	150	U_1
Харків	180	θ	190 150	200 100	250	U_2
Одеса	50	160	190	180 50	100	U_3
Попит, т	50	150	150	150		
	V_1	V_2	V_3	V_4		

Знайдемо значення потенціалів (табл. 2.8) та значення $U_i + V_j - C_{ij}$ для небазисних змінних (табл. 2.9).

Таблиця 2.8 – Знаходження значень потенціалів

Базисні змінні	Рівняння щодо потенціалів	Рішення
x_{12}	$U_1 + V_2 = 20$	$U_1=0 \rightarrow V_2=20$
x_{22}	$U_2 + V_2 = 170$	$V_2=20 \rightarrow U_2=150$
x_{23}	$U_2 + V_3 = 190$	$U_2=150 \rightarrow V_3=40$
x_{24}	$U_2 + V_4 = 200$	$U_2=150 \rightarrow V_4=50$
x_{34}	$U_3 + V_4 = 180$	$V_4=50 \rightarrow U_3=130$
x_{31}	$U_3 + V_1 = 130$	$U_3=130 \rightarrow V_1=0$

У підсумку маємо: $U_1=0, U_2=150, U_3=130, V_1=0, V_2=20, V_3=40, V_4=50$.

Таблиця 2.9 – Обчислення значень $U_i + V_j - C_{ij}$

Небазисні змінні	Значення $U_i + V_j - C_{ij}$
x_{11}	$U_1 + V_1 - C_{11} = 0 + 0 - 10 = -10$
x_{13}	$U_1 + V_3 - C_{13} = 0 + 40 - 120 = -80$
x_{14}	$U_1 + V_4 - C_{14} = 0 + 50 - 110 = -60$
x_{21}	$U_2 + V_1 - C_{21} = 150 + 0 - 180 = -30$
x_{32}	$U_3 + V_2 - C_{32} = 130 + 20 - 160 = -10$
x_{33}	$U_3 + V_3 - C_{33} = 130 + 40 - 190 = -20$

Тепер нові значення величин $U_i + V_j - C_{ij}$ для всіх небазисних змінних від'ємні. Тому рішення, що наводиться в табл. 2.10, є оптимальним.

Таблиця 2.10 – Оптимальне рішення транспортної задачі

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
	Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
Кривий Ріг	10	20	120	110	150
	-10	150	-80	-60	
Харків	180	170	190	200	250
	-30	0	150	100	
Одеса	130	160	190	180	100
	50	-10	-20	50	
Попит, т	50	150	150	150	
	$V_1=0$	$V_2=20$	$V_3=40$	$V_4=50$	

Таким чином, мінімальна сумарна вартість перевезень дорівнює:

$$L = 150 \cdot 20 + 0 \cdot 170 + 150 \cdot 190 + 100 \cdot 200 + 50 \cdot 130 + 50 \cdot 180 = 67000 \text{ у.о.}$$

При цьому з Одеси необхідно доставити 50 т вантажу до Запоріжжя та 50 т вантажу до Вінниці, з Харкова – 150 т вантажу до Києва та 100 т вантажу до Вінниці, з Кривого Рогу – 150 т вантажу до Дніпра.

Задані обмеження на пропозицію підприємств-постачальників та попит підприємств-споживачів виконуються.

Алгоритм розв'язання задачі № 2 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити формулу для задачі у вигляді двох взаємопов'язаних таблиць (табл. 1, табл. 2) (рис. 2.1).

2. Ввести вихідні дані задачі та залежності математичної моделі (2.3) - (2.4) в таблиці (рис. 2.2):

2.1. Ввести вартості перевезень (в умовних одиницях) у діапазон даних В4:Е6 табл. 1.

2.2. Ввести обмеження на можливості постачальників (в тоннах) у діапазон даних F4:F6 табл. 1.

2.3. Вказати обсяги замовлень (в тоннах) у діапазоні даних В7:Е7 табл. 1.

2.4. У діапазон даних В12:Е14 табл. 2 ввести одиничні початкові кількості.

2.5. Комірки в рядку **Попит** В15:Е15 табл. 2 зв'язати функцією суми з комітками відповідних стовпчиків діапазону В15=СУММ(В12:В14).

2.6. Комірки стовпчика **Пропозиції** F12:F14 табл. 2 зв'язати функцією суми з комітками відповідних рядків F12=СУММ(В12:Е12).

2.7. Ввести залежність для цільової функції (2.3):

- курсор в комірку F17;
- курсор на кнопку "Майстер функцій" f_x ;
- на екрані: діалогове вікно "Майстер функцій – крок 1 з 2";
- курсор у вікно функції на СУММПРОИЗВ (категорія: Математичні);
- "ОК";
- на екрані: діалогове вікно СУММПРОИЗВ;
- в масив 1 ввести В4:Е6 (виділити мишкою);
- в масив 2 ввести В12:Е14;
- "ОК";
- на екрані: в F17 введені значення цільової функції "СУММПРОИЗВ(В4:Е6;В12:Е14)".

Встановлення функціональних зв'язків між комітками закінчено.

3. Робота в діалоговому вікні **Пошук рішення**:

- курсор в цільову комірку F17;
- курсор в меню "Сервіс";
- команда "Пошук рішення";
- на екрані: діалогове вікно "Пошук рішення";
- курсор в поле "Установити цільову комірку", ввести адрес цільової функції: F17;
- ввести направлення цільової функції: "Мінімальному значенню";
- курсор в поле "Змінюючи комірки", ввести адрес В12:Е14 (виділити мишкою);
- курсор в "Добавити";
- на екрані: діалогове вікно "Добавлення обмежень";

- в поле "Посилання на комірку" вводимо адресу B12:E14, в полі "Обмеження" обираємо знак \geq , в праве поле вводимо 0. Отримуємо обмеження: B12:E14 \geq 0;

- "Добавити";

- аналогічно вводимо наступне обмеження (B12:E14 = целое) (після кожного обмеження – "Добавити");

- в поле "Посилання на комірку" вводимо адресу B7:E7, в полі "Обмеження" обираємо знак =, в праве поле вводимо B15:E15. Отримуємо обмеження: B7:E7 = B15:E15;

- "Добавити";

- аналогічно вводимо адресу F4:F6, в полі "Обмеження" обираємо знак =, в праве поле вводимо F12:F14. Отримуємо обмеження: F4:F6 = F12:F14;

- в кінці останнього обмеження замість "Добавити" ввести "ОК";

- на екрані: діалогове вікно "Пошук рішення" з введеними умовами.

4. Розв'язання транспортної задачі:

- курсор в "Параметри";

- на екрані: діалогове вікно "Параметри пошуку рішення";

- ввести задані параметри задачі ("Лінійна модель", оцінка "Лінійна");

- "ОК";

- курсор в "Виконати";

- на екрані: діалогове вікно "Результати пошуку рішення";

- зберегти знайдене рішення;

- "ОК".

5. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 2.3, діапазон B12:E14 табл. 2.

Видно, що значення цільової функції (мінімальні витрати) складе 67000 у.о. (комірка F17), а структура перевезень наступна: із Кривого Рогу до Дніпра 150 т вантажу (комірка C12); із Харкова до Києва 150 т вантажу (комірка D13); із Харкова до Вінниці 100 т (комірка E13); з Одеси до Запоріжжя 50 т (комірка B14); та з Одеси до Вінниці 50 т вантажу (комірка E14).

Задані обмеження на пропозицію підприємств-постачальників (комірки F12, F13, F14) та попит підприємств-споживачів (комірки B15, C15, D15, E15) виконуються.

	A	B	C	D	E	F
1						Таблиця 1
2	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
3		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
4	Кривий Ріг					
5	Харків					
6	Одеса					
7	Попит, т					
8						
9						Таблиця 2
10	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
11		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
12	Кривий Ріг					
13	Харків					
14	Одеса					
15	Попит, т					
16						ЦФ
17						

Рисунок 2.1 – Форма для розв’язання транспортної задачі

	A	B	C	D	E	F
1						Таблиця 1
2	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
3		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
4	Кривий Ріг	10	20	120	110	150
5	Харків	180	170	190	200	250
6	Одеса	130	160	190	180	100
7	Попит, т	50	150	150	150	
8						
9						Таблиця 2
10	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
11		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
12	Кривий Ріг	1	1	1	1	4
13	Харків	1	1	1	1	4
14	Одеса	1	1	1	1	4
15	Попит, т	3	3	3	3	
16						ЦФ
17						1660

Рисунок 2.2 – Введення вихідних даних у форму

	A	B	C	D	E	F
1						Таблиця 1
2	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
3		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
4	Кривий Ріг	10	20	120	110	150
5	Харків	180	170	190	200	250
6	Одеса	130	160	190	180	100
7	Попит, т	50	150	150	150	
8						
9						Таблиця 2
10	Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
11		Запоріжжя	Дніпро	Київ	Вінниця	
12	Кривий Ріг	0	150	0	0	150
13	Харків	0	0	150	100	250
14	Одеса	50	0	0	50	100
15	Попит, т	50	150	150	150	
16						ЦФ
17						67000

Рисунок 2.3 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 2

Потрібно від підприємств-постачальників 1, 2, 3 доставити до підприємств-споживачів 1, 2, 3 і 4 певну кількість вантажу. В табл. 2.11 показані можливості пропозиції постачаючих підприємств і попит споживаючих підприємств, а також вартість c_{ij} в умовних одиницях перевезення тонни вантажу від i -го постачальника до j -го споживача.

Необхідно визначити об'єми перевезень x_{ij} між i -м постачальником і j -м споживачем, що забезпечує мінімальну вартість.

Таблиця 2.11 – Вартість перевезення вантажу від постачальників до споживачів

Підприємства-постачальники	Підприємства-споживачі				Пропозиція, т
	1	2	3	4	
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	c_{14} x_{14}	a_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	c_{24} x_{24}	a_2
3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	c_{34} x_{34}	a_3
Попит, т	b_1	b_2	b_3	b_4	

Чисельні значення коефіцієнтів $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{24}, c_{31}, c_{32}, c_{33}, c_{34}, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4$ визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 2.12.

Таблиця 2.12 – Вихідні дані для розв'язання транспортної задачі

№ вар.	Коефіцієнти в математичній моделі задачі																		
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	b_4
1	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	10	150	50	10	100	20	80
2	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	10	20	140	60	20	90	40	70
3	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	10	20	30	130	70	30	80	60	60
4	40	50	60	70	80	90	100	110	120	10	20	30	40	120	80	40	70	80	50
5	50	60	70	80	90	100	110	120	10	20	30	40	50	110	90	50	60	100	40
6	60	70	80	90	100	110	120	10	20	30	40	50	60	100	100	60	50	90	60
7	70	80	90	100	110	120	10	20	30	40	50	60	70	90	150	70	40	70	130
8	80	90	100	110	120	10	20	30	40	50	60	70	80	80	140	80	30	50	140
9	90	100	110	120	10	20	30	40	50	60	70	80	90	70	130	90	20	30	150
10	100	110	120	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	60	120	100	10	10	160
11	110	120	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	50	110	110	30	20	110
12	120	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	40	10	100	50	10	10
13	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	30	20	90	30	40	20
14	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	20	30	80	20	50	40
15	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	10	150	10	40	70	50	60	20
16	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	10	20	10	140	20	10	40	70	50
17	50	60	70	80	90	100	110	120	130	10	20	30	20	130	40	20	30	80	60
18	60	70	80	90	100	110	120	130	10	20	30	40	30	120	60	30	40	90	50
19	70	80	90	100	110	120	130	10	20	30	40	50	40	110	80	40	10	100	80
20	80	90	100	110	120	130	10	20	30	40	50	60	50	100	100	50	20	90	90
21	90	100	110	120	130	10	20	30	40	50	60	70	60	90	120	60	30	80	100
22	100	110	120	130	10	20	30	40	50	60	70	80	70	80	140	70	40	70	110
23	110	120	130	10	20	30	40	50	60	70	80	90	80	70	50	80	50	60	10
24	120	130	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	90	60	70	90	60	50	20
25	130	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	100	50	90	100	70	40	30

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 2

Представте загальний алгоритм розв'язання транспортної задачі, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 2

Перевірте наявність в транспортній задачі іншого оптимального рішення, при якому змінюється схема перевезень, але цільова функція не збільшується (розв'язати задачу ще декілька раз, видаляючи раніше отримані результати). Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 2

1. До якого класу задач відноситься транспортна задача, в чому їх особливість?
2. У якому випадку транспортна задача вважається закритою, а в якому – відкритою?
3. Як виглядає цільова функція транспортної задачі?
4. Які обмеження вводяться в транспортній задачі?
5. Що в транспортній задачі позначається змінними x_{ij} ?
6. Чи можуть змінні в транспортній задачі бути від'ємними або дробовими?
7. Яким методом знаходиться допустиме рішення транспортної задачі, в чому він полягає?
8. Яким методом знаходиться оптимальне рішення транспортної задачі, в чому він полягає?
9. Як визначити, що отримане рішення транспортної задачі є оптимальним?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування транспортна задача?

Аналітично-розрахункова задача № 3

Мережеве планування управління проектами авіаційного підприємства

I. Вихідні дані

Авіакомпанія уклала контракт з видавництвом на підготовку рекламної брошури до 10-річчя свого заснування. В табл. 3.1 наводиться перелік робіт, що приводять до реалізації проекту видання брошури, їх тривалість і взаємозв'язки.

Вам доручено розробити мережевий графік виконання робіт для своєчасного виготовлення брошури.

II. Завдання до ситуації

1. Знайдіть мінімальну тривалість проекту видання рекламної брошури.
2. Визначте критичні роботи проекту.
3. Визначте тривалість критичного шляху.

4. Побудуйте часовий графік проєкту видання рекламної брошури у вигляді графіка Гантта.

5. Прийміть управлінське рішення щодо оптимізації робіт з видання рекламної брошури.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 3.1 – Роботи з підготовки рекламної брошури

Позначення	Робота	Попередні роботи	Тривалість роботи, дні
A	Читання підготовлених матеріалів редактором видавництва	–	3
B	Пробна верстка окремих сторінок брошури	–	2
C	Розробка обкладинки брошури	–	4
D	Підготовка ілюстрацій	–	3
E	Перегляд відповідальним працівником відділу реклами редакторських правок і зверстаних сторінок	A, B	2
F	Верстка брошури (макет брошури)	E	4
G	Перевірка відповідальним працівником відділу реклами макету брошури	F	2
H	Перевірка відповідальним працівником відділу реклами ілюстрацій	D	1
I	Підготовка печатних форм	G, H	2
J	Печать та брошурування книги	C, I	4

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. Задачу розв'яжемо методами теорії графів.

Побудуємо мережевий графік, що показує взаємозв'язок робіт проєкту видання рекламної брошури (рис. 3.1).

Кружечки називаються **вершинами**, лінії, які їх з'єднують, – **ребрами**, стрілки – **дугами**. Ребро, яке веде з вершини до неї ж, називається **петлею**. **Ланцюг** – послідовність ребер, які з'єднують дві будь-які вершини графу.

Роботи будемо позначати кружками. Біля відповідної дуги будемо ставити число, яке вказує на тривалість даної роботи.

Для того, щоб отримати єдиний початок, вводимо в мережу фіктивну роботу нульової тривалості, із якої стрілки ведуть тільки в початкові роботи. Аналогічно отримуємо єдиний кінець. Із кінцевої роботи стрілка нульової тривалості не виходить.

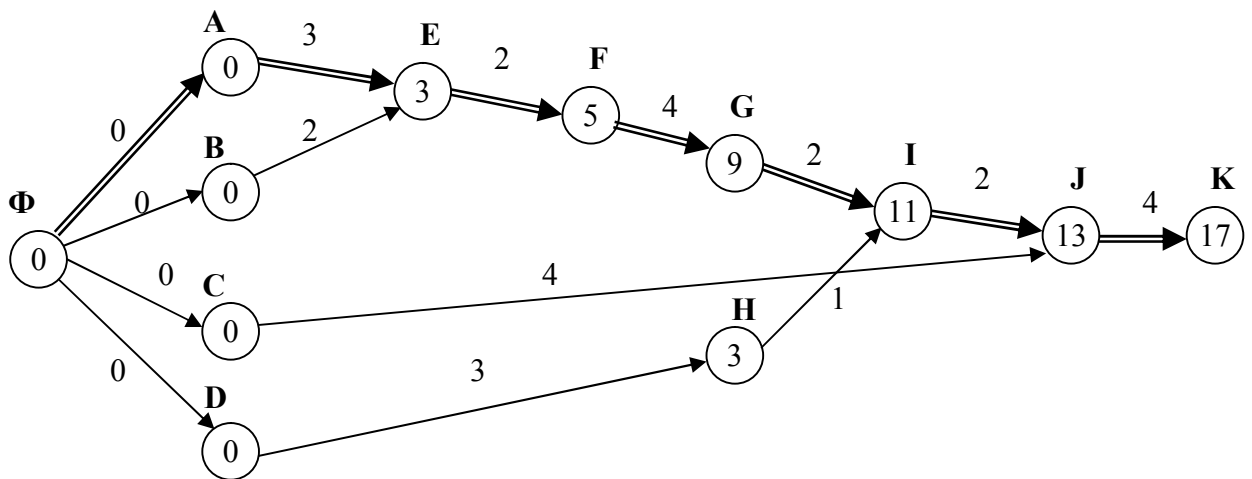


Рисунок 3.1 – Мережевий графік проєкту видання рекламної брошури

В кружках будемо вказувати умовний час самого раннього початку даної роботи. Тому в кружках **Ф, А, В, С, D** записуємо нулі. У кружок **Е** пишемо число «3» тому, що робота **Е** повинна починатися не раніше, чим закінчатся роботи **А** та **В**. Найбільш тривала робота триває 3 дні. Відповідним чином заповнюються кружки **F (5); G (9); H (3)**. Для заповнення кружка **I** вибираємо більше із чисел $9+2=11$ та $3+1=4$ **I (11)**. В кружок **G** проставляємо $\max(11+2=13; 0+4=4)$ **J (13)**. Звідси **К (17)**. Мінімальна тривалість проєкту розраховується за формулою (3.1):

$$0 + 0 + 3 + 2 + 4 + 2 + 2 + 4 = 17. \quad (3.1)$$

Таким чином, термін видання брошури не може бути меншим ніж 17 днів.

2. Визначимо критичні роботи проєкту та тривалість критичного шляху.

Робота є **критичною**, якщо вона не має „зазору” для часу свого початку і завершення. Таким чином, щоб проєкт завершився без затримок, необхідно, щоб всі критичні роботи починались і закінчувались в строго визначений час. Для **некритичної** роботи можливий деякий „дрейф” часу її початку, але в певних межах, коли час її початку не впливає на тривалість виконання всього проєкту.

Критичний шлях – це ланцюг, чисельно рівний сумі критичних робіт через всю мережу від початкової події до кінцевої. Виходячи із кінцевого пункту **К**, обчислюємо величини у зворотному напрямку, розраховуємо критичний шлях.

На кожному етапі беремо число у вершині та обчислюємо з нього тривалість роботи у відповідній дузі. При цьому у якості попередньої роботи вибираємо кружок із співпадаючою різницею. Якщо співпадаючих різниць декілька, обираємо будь-яку. Критичний шлях визначається за формулою (3.2):

$$17 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 3 - 0 = 0. \quad (3.2)$$

Правила визначення критичних робіт показують, що критичний шлях складають роботи **A, E, F, G, I, J, K**, тобто, цей шлях проходить від початкового вузлу **Ф** до кінцевого вузлу **К**.

Сума довжин критичних робіт **A, E, F, G, I, J** дорівнює тривалості всього проекту, тобто, 17 дням.

3. Побудуємо часовий графік проекту видання рекламної брошури у вигляді графіка Гантта (рис. 3.2).

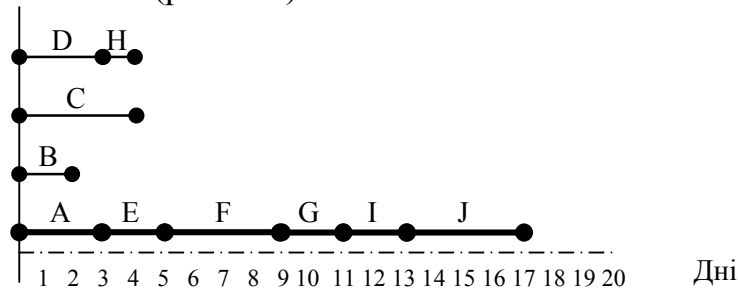


Рисунок 9.2 – Часовий графік проекту видання рекламної брошури

4. Аналіз часового графіку дозволяє зробити два зауваження:

1. Критичні роботи (показані на графіку жирними лініями) розташовуються послідовно одна за одною без часових зазорів і перекривання. Таким чином, їх сумарна тривалість дорівнює тривалості виконання всього проекту (17 днів).

2. Некритичні роботи (показані на графіку тонкими лініями) представлені максимальними інтервалами виконання, які перевищують реальну тривалість виконання цих робіт. Тому необхідно визначитися з початком виконання цих робіт. Некритичні роботи доцільно починати (по можливості) в самий ранній термін. В цьому випадку залишається запас часу (залишок максимального інтервалу виконання), який можна використати для вирішення проблем, що раптово виникають під час виконання проекту. Разом з цим при необхідності можна перенести початок виконання якої-небудь роботи. Але в даному випадку будь-яке зрушення початку виконання роботи **D** повинне супроводжуватись таким же (не меншим) зрушенням наступної роботи **H** у межах критичного часу.

Алгоритм розв'язання задачі № 3

за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити форму для задачі у вигляді табл. 1 (рис. 3.3).
2. Ввести вихідні дані задачі в табл. 1 (рис. 3.4).
3. Знайти мінімальну тривалість проекту (рис. 3.4):
 - курсор в комірку **C8**, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – **МАКС**, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних **B4:B5**, нажати "OK";
 - курсор в комірку **C9**, ввести в формулу „=B8+C8”, нажати „Enter” (посилання на комірки робити мишкою).

Аналогічно знаходимо результати наступних формул у комірках **C10, C11, C12, C13, C14**.

4. Знайти критичний шлях (рис. 3.4):

- курсор в комірку D14, ввести формулу „=C14”, нажати "Enter" (посилання на комірки робити мишкою).

Аналогічно знаходимо результати наступних формул у комірках D13, D12, D10, D9, D8, D4, D3.

5. Побудувати табл. 2 і заповнити її вихідними даними для побудови графіка Гантта (рис. 3.4).

6. Побудувати графік Гантта (рис. 3.5):

- викликати «Майстер діаграм»;
- вибрати тип діаграми – точкова діаграма зі значеннями, що з'єднуються згладжуючими лініями;

- ряд: додати – ряд 1, ім'я – Роботи А, Е, F, G, I, J, К, значення X – G3:M3, значення Y – G4:M4;

- ряд: додати – ряд 2, ім'я – Робота В. значення X – G6:H6, значення Y – G7:H7;

- ряд: додати – ряд 3, ім'я – Робота С, значення X – G9:H9, значення Y – G10:H10;

- ряд: додати – ряд 4, ім'я – Роботи D, Н, значення X – G12:I12, значення Y – G13:I13;

- заголовки: назва діаграми – Графік Гантта; вісь X – Дні;

- осі: вісь X (категорій) – включити, вісь Y (значень) – відключити;

- лінії сітки: всі відключити;

- легенди немає;

- підпису значень немає;

- помістити графік на наявному листі.

Для переходу між окремими кроками «Майстра діаграм» необхідно клацнути мишкою на кнопці «Далі» або «Назад»; після закінчення побудови графіка – клацнути на кнопці «Готово». Готовий графік відформатувати.

7. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 3.5.

Розрахунки показали, що термін видання брошури складає мінімум 17 днів (комірка C14). Критичний шлях, який дорівнює 17 дням (комірка C14), складають роботи А, Е, F, G, I, J, К (показані на графіку Гантта жирними лініями), розташовані послідовно одна за одною без часових зазорів і перекривання.

Для оптимізації робіт з видання рекламної брошури некритичні роботи В, С, D, Н доцільно починати (по можливості) в самий ранній термін. В цьому випадку залишається запас часу (залишок максимального інтервалу виконання), який можна використати для вирішення проблем, що раптово виникають під час виконання проєкту. Разом з цим при необхідності можна перенести початок виконання якої-небудь роботи. Але в даному випадку будь-яке зрушення початку виконання роботи D повинне супроводжуватись таким же (не меншим) зрушенням наступної роботи Н у межах критичного часу.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Таблиця 1									
2	Робота	Тривалість роботи, дні	Мінімальна тривалість проєкту, дні	Критичний шлях, дні									
3	Ф												
4	A												
5	B												
6	C												
7	D												
8	E												
9	F												
10	G												
11	H												
12	I												
13	J												
14	K												

Рисунок 3.3 – Форма для розв’язання задачі мережевого планування

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Таблиця 1									Таблиця 2
2	Робота	Тривалість роботи, дні	Мінімальна тривалість проєкту, дні	Критичний шлях, дні	Критичний шлях	A	E	F	G	I	J	K	
3	Ф	0	0	=D4-B3	x	0	3	5	9	11	13	17	
4	A	3	0	=D8-C8	y	1	1	1	1	1	1	1	
5	B	2	0		Робота	Ф	B						
6	C	4	0		x	0	2						
7	D	3	0		y	2	2						
8	E	2	=МАКС(B4:B5)	=D9-B8	Робота	Ф	C						
9	F	4	=B8+C8	=D10-B9	x	0	4						
10	G	2	=B9+C9	=D12-B10	y	3	3						
11	H	1	=B3+B7		Робота	Ф	D	H					
12	I	2	=B10+C10	=D13-B12	x	0	3	1					
13	J	4	=B12+C12	=D14-B13	y	4	4	4					
14	K		=B13+C13	=C14									

Рисунок 3.4 – Введення вихідних даних у форму

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Таблиця 1								Таблиця 2	
2	Робота	Тривалість роботи, дні	Мінімальна тривалість проекту, дні	Критичний шлях, дні		Критичний шлях	A	E	F	G	I	J	K
3	Ф	0	0	0		x	0	3	5	9	11	13	17
4	A	3	0	0		y	1	1	1	1	1	1	1
5	B	2	0			Робота	Ф	В					
6	C	4	0			x	0	2					
7	D	3	0			y	2	2					
8	E	2	3	3		Робота	Ф	C					
9	F	4	5	5		x	0	4					
10	G	2	9	9		y	3	3					
11	H	1	3			Робота	Ф	D	H				
12	I	2	11	11		x	0	3	1				
13	J	4	13	13		y	4	4	4				
14	K		17	17									
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													

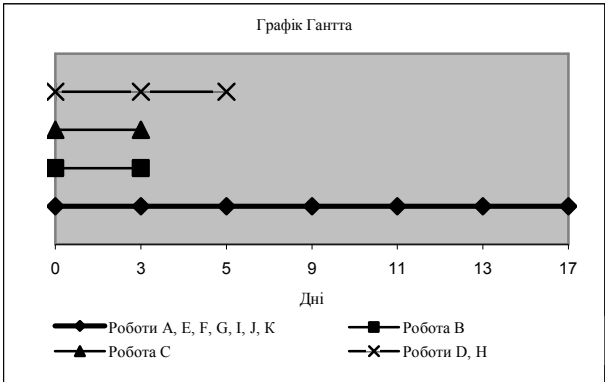


Рисунок 3.5 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 3

За даними, наведеними в табл. 3.2 (номер варіанта відповідає номеру за списком), необхідно розробити мережевий графік виконання робіт для своєчасного виготовлення рекламної брошури, визначити критичні роботи та тривалість критичного шляху, а також побудувати часовий графік проекту. За основу береться послідовність робіт, представлена в табл. 3.1.

Таблиця 3.2 – Вихідні дані для розв’язання задачі мережевого управління проектами

№ вар.	Роботи									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Тривалість робіт, дні									
1.	1	3	2	4	3	2	2	1	3	4
2.	4	1	3	2	4	3	1	3	4	3
3.	3	4	1	3	2	4	3	2	1	3
4.	2	3	4	1	3	2	4	4	2	1
5.	1	2	3	4	1	3	2	1	4	2
6.	3	1	4	3	4	1	2	2	3	4
7.	4	3	2	1	3	4	1	3	2	3
8.	2	4	3	2	2	3	4	1	3	2
9.	3	2	1	4	1	2	3	4	1	4
10.	1	3	2	3	4	1	2	3	4	1
11.	4	2	3	1	3	2	1	4	3	4
12.	2	1	2	4	1	3	4	1	2	3
13.	3	3	2	2	4	4	1	1	3	2
14.	2	2	3	3	1	1	4	4	1	3
15.	4	4	1	1	3	3	2	2	4	1
16.	1	1	2	2	4	4	3	3	2	3
17.	3	2	4	4	3	3	2	2	1	1
18.	2	1	2	2	1	1	4	4	3	3
19.	4	3	4	4	3	3	1	1	2	2
20.	1	4	2	2	1	1	3	3	4	4
21.	4	3	2	1	3	1	2	3	4	1
22.	1	2	3	4	1	2	3	4	3	2
23.	2	3	3	2	1	4	4	1	2	3
24.	3	2	2	3	4	1	1	4	1	4
25.	4	3	3	4	2	1	2	1	3	2

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 3

Представте загальний алгоритм розв’язання задачі мережевого планування управління проектами, не прив’язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 3

Перевірте, зменшення тривалості яких робіт призведе до зменшення критичного шляху проекту; досягніть його мінімально можливого значення. Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 3

1. Яким методом розв’язується задача мережевого планування, в чому він полягає?
2. Яка основна мета задачі мережевого планування?
3. Які вихідні дані необхідні для розв’язання задачі мережевого планування?
4. Що в мережевому графіку позначається вершинами і дугами?

5. Як в мережевому графіку отримати єдиний початок і кінець?
6. Які роботи проекту називаються критичними?
7. Як визначити критичний шлях проекту?
8. Чи можна в задачі мережевого планування підприємства отримати від'ємну або дробову відповідь?
9. Що показує графік Гантта?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування задача мережевого планування?

Аналітично-розрахункова задача № 4

Оптимальне управління запасами авіаційного підприємства

I. Вихідні дані

Лампи в світлосигнальній системі заходу на посадку замінюються з інтенсивністю 100 одиниць в день. Відділ матеріально-технічного забезпечення аеродрому заказує ці лампи з певною періодичністю. Вартість розміщення замовлення на покупку ламп складає 100 у.о. Вартість зберігання лампи на складі оцінюється в 0,02 у.о. в день. Строк виконання замовлення від моменту його розміщення до реальної поставки дорівнює 12 днів. Параметри моделі управління запасами ламп системи заходу на посадку наведені в табл. 4.1.

Вам доручено визначити оптимальну стратегію замовлення ламп світлосигнальної системи заходу на посадку.

II. Завдання до ситуації

1. Знайдіть економічний об'єм та довжину циклу замовлення ламп.
2. Знайдіть ефективний термін виконання замовлення та точку поновлення замовлення.
3. Підрахуйте щоденні витрати на утримання замовлення у відповідності з оптимальною стратегією.
4. Графічно представте модель управління запасами ламп.
5. Надайте рекомендації щодо кількості й термінів замовлення ламп світлосигнальної системи заходу на посадку.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 4.1 – Параметри моделі управління запасами ламп системи заходу на посадку

Параметри моделі	Значення параметру
Інтенсивність попиту D , од./день	100
Витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення K , у.о.	100
Витрати на зберігання однієї лампи h , у.о./день	0,02
Термін виконання замовлення L , дні	12

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. У нашому випадку маємо модель управління запасами найпростішого типу – **однопродуктову статичну модель**, яка характеризується постійним у часі попитом, миттєвим поповненням запасу і відсутністю дефіциту.

Знайдемо економічний об'єм замовлення ламп за формулою (4.1):

$$y = \sqrt{\frac{2DK}{h}}, \quad (4.1)$$

де K – витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення;

D – інтенсивність попиту;

h – витрати на зберігання однієї лампи.

$$y = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{0,02}} = 1000 \text{ одиниць.}$$

2. Довжина циклу замовлення ламп складає (4.2):

$$t_0 = \frac{y}{D}. \quad (4.2)$$

$$t_0 = \frac{1000}{100} = 10 \text{ днів.}$$

3. Так як термін виконання замовлення $L=12$ днів перевищує тривалість циклу замовлення $t_0=10$ днів, то необхідно визначити ефективний термін виконання замовлення L_e . Число цілих циклів, що міститься в L , дорівнює (4.3):

$$n = (\text{найбільше ціле } \leq L / t_0). \quad (4.3)$$

$$n = (\text{найбільше ціле } \leq 12/10) = 1.$$

Ефективний термін виконання замовлення розраховується за формулою (4.4):

$$L_e = L - n t_0. \quad (4.4)$$

$$L_e = 12 - 1 \cdot 10 = 2 \text{ дні.}$$

Точка поновлення замовлення має місце при рівні запасу, який визначається за формулою (4.5):

$$T_3 = L_e D. \quad (4.5)$$

$$T_3 = 2 \cdot 100 = 200 \text{ одиниць.}$$

4. Щоденні витрати, пов'язані з утриманням запасу у відповідності з оптимальною стратегією, визначаються за формулою (4.6):

$$U = \frac{K}{t_0} + h \left(\frac{y}{2} \right). \quad (4.6)$$

$$U = \frac{100}{10} + 0,02 \left(\frac{1000}{2} \right) = 20 \text{ у.о./день.}$$

5. Графічна інтерпретація моделі управління запасами ламп світлосигнальної системи заходу на посадку наводиться на рис. 4.1.

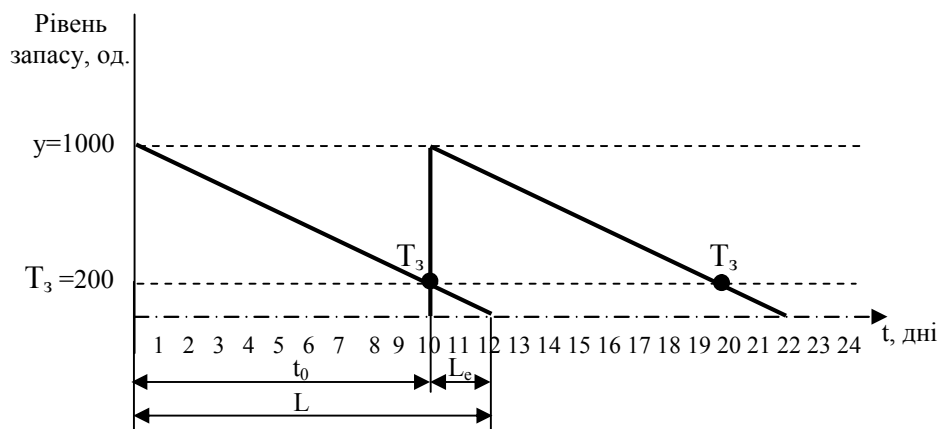


Рисунок 4.1 – Модель управління запасами ламп світлосигнальної системи заходу на посадку

6. Оптимальну стратегію замовлення ламп для системи заходу на посадку можна сформулювати наступним чином: необхідно замовляти $y=1000$ ламп для світлосигнальної системи заходу на посадку кожні $t_0=10$ днів, коли їх кількість на складі знижується до $T_3=200$ одиниць. Витрати, пов'язані з оптимальним управлінням запасом ламп, складають $U=20$ у.о./день.

Алгоритм розв'язання задачі № 4 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити форму для задачі у вигляді табл. 1 (рис. 4.2).
2. Ввести вихідні дані задачі в форму (рис. 4.3).
3. Ввести в форму математичні залежності (посилання на комірки робити за допомогою мишки) (рис. 4.3):

- курсор в комірку B8, визвати „Майстер функцій” fx, категорія – „Математичні”, функція – КОРЕНЬ, „Число” – ввести формулу "2*B3*B4/B5", нажати "ОК";

- виділити комірку B8, зайти в меню „Формат” → „Ячейки” → „Число” → „Числовий формат” → Число десятинних знаків: 0, нажати „ОК”;
- курсор в комірку B9, визвати „Майстер функцій” fx, категорія – „Математичні”, функція – ОКРУГЛ, „Число” – ввести формулу „B8/B3”, „Число розрядів” – ввести „0”, нажати „ОК”;
- курсор в комірку B10, визвати „Майстер функцій” fx, категорія – „Математичні”, функція – ОКРУГЛ, „Число” – ввести формулу „B6/B9”, „Число розрядів” – ввести „0”, нажати „ОК”;
- курсор в комірку B11, визвати „Майстер функцій” fx, категорія – „Математичні”, функція – ОКРУГЛ, „Число” – ввести формулу „B6-B10*B9”, „Число розрядів” – ввести „0”, нажати „ОК”;
- курсор в комірку B12, ввести формулу „=B11*B3”, нажати „Enter”;
- курсор в комірку B13, ввести формулу „=B4/B9+B5*(B8/2)”, нажати „Enter”.

4. Побудувати табл. 2 і заповнити її вихідними даними для побудови моделі управління запасами (рис. 4.4): в ячейку E2 внести нульове значення; в ячейку F2 – значення L; в ячейку E3 – знайдене значення у; в ячейку F3 – нуль; в ячейку E4 – знайдене значення t_0 ; в ячейку F4 – значення, яке дорівнює $L+t_0$; в ячейку E5 – знайдене значення у; в ячейку F5 – нуль; в ячейку E6 – нуль; в ячейку F6 – значення, яке дорівнює $L+t_0$; в ячейки E7 і F7 – знайдене значення T_3 .

5. Побудувати модель управління запасами (рис. 4.4):

- викликати «Майстер діаграм»;
- вибрати тип діаграми – точкова діаграма зі значеннями, що з'єднуються згладжуючими лініями;
- ряд: додати – ряд 1, значення X – E2: F2, значення Y – E3: F3;
- ряд: додати – ряд 2, значення X – E4: F4, значення Y – E5: F5;
- ряд: додати – ряд 3, значення X – E6: F6, значення Y – E7: F7;
- заголовки: назва діаграми – Модель управління запасами; вісь X – t дні; вісь Y – Рівень запасу, од.;
- осі: вісі X (категорій) і Y (значень) – включити;
- лінії сітки: всі відключити;
- легенди немає;
- підпису значень немає;
- помістити графік на наявному листі.

Для переходу між окремими кроками «Майстра діаграм» необхідно клацнути мишкою на кнопці «Далі» або «Назад»; після закінчення побудови графіка – клацнути на кнопці «Готово». Готовий графік відформатувати.

6. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 4.4.

Розрахунки показали, що необхідно замовляти 1000 ламп (комірка B8) кожні 10 днів (комірка B9), коли їх кількість на складі досягає 200 одиниць (комірка B12). При цьому витрати, пов'язані з утриманням запасу ламп, складають 20 у.о. в день (комірка B13).

	A	B	C	D	E	F
1		Таблиця 1				
2	Вхідні параметри моделі	Значення параметру				
3	Інтенсивність попиту D , од./день					
4	Витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення K , у.о.					
5	Витрати на зберігання однієї лампи h , у.о./день					
6	Термін виконання замовлення L , дні					
7	Вихідні параметри моделі					
8	Економічний об'єм замовлення ламп u , од.					
9	Довжина циклу замовлення ламп t_0 , дні					
10	Число цілих циклів n , штуки					
11	Ефективний термін виконання замовлення L_c , дні					
12	Точка поновлення T_3 , од.					
13	Щоденні витрати U , у.о./день					
14						
15						

Рисунок 4.2 – Форма для розв'язання задачі оптимального управління запасами

	A	B	C	D	E	F
1		Таблиця 1				
2	Вхідні параметри моделі	Значення параметру				
3	Інтенсивність попиту D , од./день	100				
4	Витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення K , у.о.	100				
5	Витрати на зберігання однієї лампи h , у.о./день	0,02				
6	Термін виконання замовлення L , дні	12				
7	Вихідні параметри моделі					
8	Економічний об'єм замовлення ламп u , од.	=КОРЕНЬ(2* B3*B4/B5)				
9	Довжина циклу замовлення ламп t_0 , дні	=ОКРУГЛ (B8/B3;0)				
10	Число цілих циклів n , штуки	=ОКРУГЛ (B6/B9;0)				
11	Ефективний термін виконання замовлення L_c , дні	=ОКРУГЛ (B6-B10*B9;0)				
12	Точка поновлення T_3 , од.	=B11*B3				
13	Щоденні витрати U , у.о./день	=B4/B9+B5* (B8/2)				
14						
15						

Рисунок 4.3 – Введення вихідних даних у форму

	A	B	C	D	E	F
1		Таблиця 1				Таблиця 2
2	Вхідні параметри моделі	Значення параметру		x	0	12
3	Інтенсивність попиту D, од./день	100		y	1000	0
4	Витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення K, у.о.	100		x	10	22
5	Витрати на зберігання однієї лампи h, у.о./день	0,02		y	1000	0
6	Термін виконання замовлення L, дні	12		x	0	22
7	Вихідні параметри моделі			y	200	200
8	Економічний об'єм замовлення ламп y, од.	1000				
9	Довжина циклу замовлення ламп t_0 , дні	10				
10	Число цілих циклів n, штуки	1				
11	Ефективний термін виконання замовлення L_e , дні	2				
12	Точка поновлення T_z , од.	200				
13	Щоденні витрати U, у.о./день	20				
14						
15						

Рисунок 4.4 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 4

За даними, наведеними в табл. 4.2, визначте оптимальну стратегію замовлення ламп і графічно представте модель управління запасами ламп.

Таблиця 4.2 – Параметри моделі управління запасами ламп системи заходу на посадку

Параметри моделі	Значення параметру
Інтенсивність попиту, од./день	D
Витрати на оформлення, пов'язані з розміщенням замовлення, у.о.	K
Витрати на зберігання однієї лампи, у.о./день	h
Термін виконання замовлення, дні	L

Чисельні значення D, K, h, L визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 4.3.

Таблиця 4.3 – Вихідні дані для розв'язання задачі оптимального управління запасами

№ вар.	Параметри задачі			
	D	K	h	L
1	105	105	0,01	16
2	108	70	0,02	11
3	110	80	0,03	15
4	95	85	0,04	14
5	98	91	0,05	14
6	104	92	0,01	14
7	94	93	0,02	13
8	109	94	0,03	10
9	99	95	0,04	16
10	101	96	0,05	20
11	91	97	0,01	17
12	103	98	0,02	13
13	102	99	0,03	10
14	93	101	0,04	16
15	92	102	0,05	14
16	107	103	0,01	15
17	106	104	0,02	12
18	97	106	0,03	10
19	96	107	0,04	10
20	120	108	0,05	14
21	80	109	0,01	18
22	115	110	0,02	13
23	85	115	0,03	10
24	130	120	0,04	15
25	70	130	0,05	12

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 4

Представте загальний алгоритм розв'язання задачі оптимального управління запасами, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 4

Перевірте, як зміниться точка поновлення замовлення ламп світлосигнальної системи заходу на посадку при збільшенні в два рази терміну виконання замовлення. Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 4

1. Який тип має модель управління запасами підприємства, в чому її особливість?
2. Які вихідні параметри необхідні для розв'язання задачі оптимального управління запасами?
3. Чи можуть параметри моделі оптимального управління запасами, які отримуються в результаті розв'язання задачі, бути від'ємними?

4. Чи можуть параметри моделі оптимального управління запасами, які отримуються в результаті розв'язання задачі, бути дробовими?
5. Як знайти економічний об'єм замовлення?
6. Як знайти довжину циклу замовлення та ефективний термін виконання замовлення?
7. Як знайти точку поновлення замовлення?
8. Як визначити щоденні витрати, пов'язані з утриманням запасу?
9. Як сформулювати оптимальну стратегію замовлення?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування задача оптимального управління запасами?

Аналітично-розрахункова задача № 5

Прогнозування попиту на послуги авіаційного підприємства

I. Вихідні дані

Авіакомпанія повинна прийняти рішення щодо скорочення або розширення наявного парку повітряних суден. З цією метою були зібрані статистичні дані про попит на послуги з повітряних перевезень, які надавалися авіакомпанією впродовж 6 місяців поточного року (табл. 5.1).

Вам доручено за результатами статистичних даних спрогнозувати показники попиту на авіаційні послуги до кінця року за допомогою методу кореляційно-регресивного аналізу.

II. Завдання до ситуації

1. Визначте вид залежності між часом і кількістю перевезених пасажирів (вид лінії регресії).
2. Обчисліть коефіцієнти регресії та визначте рівняння регресії.
3. Для визначення тісноти зв'язку між часом і кількістю перевезених пасажирів обчисліть коефіцієнт кореляції.
4. На основі отриманого рівняння регресії зробіть прогноз очікуваної кількості перевезених пасажирів на наступні півроку, побудуйте лінію регресії.
5. Надайте рекомендації щодо доцільності скорочення або розширення парку повітряних суден авіакомпанії.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 5.1 – Статистичні дані про кількість перевезених пасажирів за 6 місяців поточного року

t, міс.	1	2	3	4	5	6
Кількість пасажирів, $K \cdot 10^3$, чол.	1,2	1,1	1,5	1,3	1,1	1,0

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. Основна мета **кореляційно-регресивного аналізу** полягає в оцінці лінії регресії. Для візуального визначення виду лінії регресії в **кореляційному полі** наносимо точки, що відповідають вихідним даним (табл. 5.1), одержуємо частково-ламану криву і спостерігаємо, що отримані точки можна

апроксимувати прямою лінією (рис. 5.1). Вісь абсцис x відповідає часу t , ордината y – кількості обслугованих клієнтів $K \cdot 10^3$. Таким чином, для опису отриманих точок можна використовувати лінійну регресію виду $y = b_0 + b_1x$, де коефіцієнти регресії b_0 і b_1 знаходяться за допомогою **методу найменших квадратів**, який дозволяє оцінити теоретичну залежність між змінними.

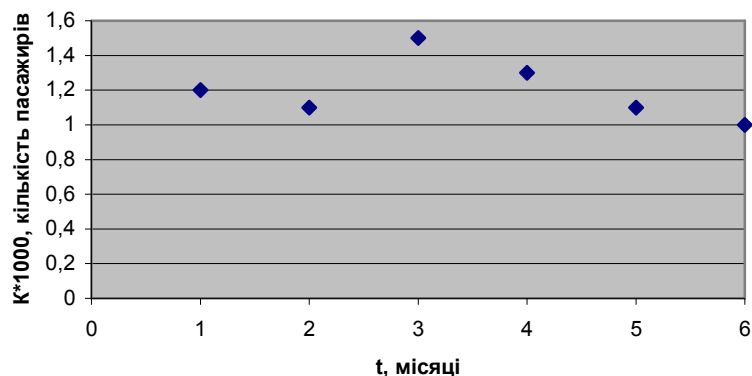


Рисунок 5.1 – Залежність зміни кількості пасажирів від часу

2. Для визначення коефіцієнтів регресії b_0 і b_1 дані обчислень заносимо в табл. 5.2.

Таблиця 5.2 – Методика обчислення коефіцієнтів регресії

x, t	$y, K \cdot 10^3$	x^2	y^2	xy	$x+y$	$(x+y)^2$
1	1,2	1	1,44	1,2	2,2	4,84
2	1,1	4	1,21	2,2	3,1	9,61
3	1,5	9	2,25	4,5	4,5	20,25
4	1,3	16	1,69	5,2	5,3	28,09
5	1,1	25	1,21	5,5	6,1	37,21
6	1	36	1,0	6,0	7,0	49,0
Σ 21	7,2	91	8,8	24,6	28,2	149

Виконаємо перевірку за формулою (5.1):

$$\Sigma(x+y)^2 = \Sigma x^2 + 2\Sigma xy + \Sigma y^2. \quad (5.1)$$

$$149 = 91 + 2 \cdot 24,6 + 8,8.$$

Таким чином, табличні розрахунки зроблені вірно.

3. Обчислимо коефіцієнти регресії за формулами (5.2)-(5.3):

$$b_0 = (\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma xy \Sigma x) / (n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2); \quad (5.2)$$

$$b_1 = (n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y) / (n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2), \quad (5.3)$$

де n – кількість місяців.

$$b_0 = (7,2 \cdot 91 - 24,6 \cdot 21) / (6 \cdot 91 - 21^2) = (655,2 - 516,6) / (546 - 441) = 138,6 / 105 = 1,32;$$

$$b_1 = (6 \cdot 24,6 - 21 \cdot 7,2) / (6 \cdot 91 - 21^2) = (147,6 - 151,2) / (546 - 441) = -3,6 / 105 = -0,03.$$

4. Рівняння регресії, що визначає апроксимуючу лінійну функцію для даних задачі, визначається як $y = 1,32 - 0,03x$.

Аналіз рівняння показує, що кожний місяць кількість перевезених пасажирів зменшується на $0,03 \cdot 1000 = 30$ чоловік.

5. Використовуючи дані табл. 5.2, обчислимо коефіцієнт кореляції $-1 \leq r \leq 1$ за формулою (5.4):

$$r = \frac{\sum xy - (1/n)(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[\sum x^2 - (1/n)(\sum x)^2][\sum y^2 - (1/n)(\sum y)^2]}} \quad (5.4)$$

$$r = \frac{24,6 - (1/6) \cdot 21 \cdot 7,2}{\sqrt{(91 - (1/6) \cdot 21^2)(8,8 - (1/6) \cdot 7,2^2)}} = \frac{-0,6}{\sqrt{17,5 \cdot 0,16}} = \frac{-0,6}{1,67} = -0,36.$$

Коефіцієнт кореляції $r = -0,36$; $r < 0$.

Значення коефіцієнта кореляції показує, що змінні x та y мають зворотній (так як значення r від'ємне) слабкий (так як значення r ближче до 0, чим до -1) зв'язок. Тобто, з часом кількість перевезених пасажирів зменшується.

6. На основі отриманого рівняння регресії $y = 1,32 - 0,03x$ в табл. 5.3 оцінимо кількість перевезених пасажирів за 1-12 місяці поточного року і за цими даними побудуємо лінію регресії (рис. 5.2).

Таблиця 5.3 – Розрахунок кількості пасажирів

x , міс.	$y = 1,32 - 0,03x$, к-ть пас., $K \cdot 10^3$
1	1,29
2	1,26
3	1,23
4	1,20
5	1,17
6	1,14
7	1,11
8	1,08
9	1,05
10	1,02
11	0,99
12	0,96

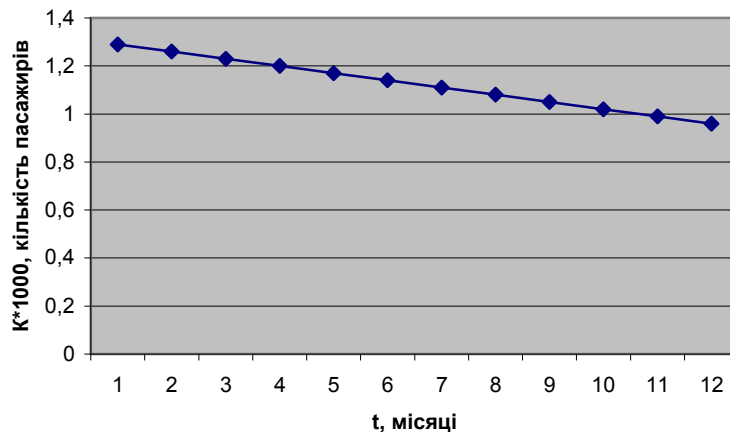


Рисунок 5.2 – Лінія регресії

Значення коефіцієнта кореляції $-0,36$ показує, що зв'язок між часом і кількістю перевезених пасажирів зворотній (з часом кількість пасажирів зменшується), слабкий (плин часу несуттєво впливає на зміну кількості пасажирів). Відповідно до отриманого рівняння регресії $y=1,32 - 0,03x$ прогнозується зменшення кількості перевезених пасажирів близько 30 чоловік кожного місяця, тому придбання нової авіаційної техніки ближчим часом недоцільне. Можна порекомендувати керівництву авіакомпанії здати кілька власних літаків до кінця року в оренду, або повернути власникам орендовані у них повітряні судна при наявності таких.

Алгоритм розв'язання задачі № 5 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити формулу для задачі у вигляді табл. 1 (рис. 5.3).
2. Ввести вихідні дані задачі в форму (рис. 5.4).
3. Визначити вид функціональної залежності шляхом побудови графіка у вигляді кореляційного поля (рис. 5.4):
 - виділити діапазон даних A3:B8 (значення X та Y);
 - викликати «Майстер діаграм»;
 - вибрати тип діаграми – точкова;
 - діапазон даних: діапазон A3:B8, ряди в стовпцях;
 - ряд: значення X – A3:A8, значення Y – B3:B8;
 - заголовки: назва діаграми – Кореляційне поле; вісь X – X, місяці; вісь Y – Y, кількість пасажирів, К*1000;
 - осі: вісь X (категорій), вісь Y (значень);
 - лінії сітки: вісь Y (значень) – основні лінії;
 - легенди немає;
 - підпису значень немає;
 - помістити графік на наявному листі.

Для переходу між окремими кроками «Майстра діаграм» необхідно клацнути мишкою на кнопці «Далі» або «Назад»; після закінчення побудови графіка – клацнути на кнопці «Готово».

4. Визначити коефіцієнт кореляції r (рис. 5.4): курсор в комірку B9, викликати «Майстер функцій» f_x , категорія – «Статистичні», функція – КОРРЕЛ, «Масив 1» – виділити мишкою діапазон даних A3:A8 (значення X), «Масив 2» – виділити мишкою діапазон даних B3:B8 (значення Y).

5. Визначити коефіцієнти регресії:

5.1. В меню «Сервіс» вибрати команду «Аналіз даних», в списку «Інструменти аналізу» вибрати «Регресія» і клацнути мишкою на кнопці «ОК».

5.2. У вікні «Регресія» ввести:

- вхідний інтервал Y – виділити мишкою діапазон даних B3:B8 (значення Y);
- вхідний інтервал X – виділити мишкою діапазон даних A3:A8 (значення X);
- параметри висновку – новий робочий лист;
- «ОК».

5.3. З листа 4 скопіювати обчислені значення коефіцієнтів регресії (комірка B17 - b_0 , комірка B18 – b_1) і вставити в лист 1 в комірки B10 (b_0) і B11 (b_1) (рис. 5.4). Одержано рівняння регресії $Y = 1,32 - 0,03X$.

6. Побудувати табл. 2 та заповнити її перший стовпець в діапазоні A20:A31 числами від 1 до 12 (рис. 5.5).

7. Обчислити точки графіка регресії (рис. 5.5):

- курсор в комірку B20, ввести формулу "=\$B\$10+\$B\$11*A20", нажати „Enter”;
- скопіювати вміст комірки B20 і вставити в комірки B21:B31 (вміст комірок підраховується автоматично).

8. Побудувати графік регресії (рис. 5.5):

- виділити діапазон даних A20:B31 (значення X та Y);
- викликати «Майстер діаграм»;
- вибрати тип діаграми – точкова зі значеннями, які з'єднуються лініями, що згладжують;
- діапазон даних: діапазон A20:B31, ряди в стовпцях;
- ряд: значення X – A20:A31, значення Y – B20:B31;
- заголовки: назва діаграми – Лінія регресії; вісь X – X, місяці; вісь Y – Y, кількість пасажирів, $K*1000$;
- осі: вісь X (категорій), вісь Y (значень);
- лінії сітки: вісь Y (значень) – основні лінії;
- легенди немає;
- підпису значень немає;
- помістити графік на наявному листі.

Для переходу між окремими кроками «Майстра діаграм» необхідно клацнути мишкою на кнопці «Далі» або «Назад»; після закінчення побудови графіка – клацнути на кнопці «Готово». Готовий графік відформатувати.

9. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 5.5.

Значення коефіцієнта кореляції $-0,36$ показує, що зв'язок між часом і кількістю перевезених пасажирів зворотній (з часом кількість пасажирів

зменшується), слабкий (плин часу несуттєво впливає на зміну кількості пасажирів). Відповідно до отриманого рівняння регресії $y=1,32 - 0,03x$ прогнозується зменшення кількості перевезених пасажирів близько 30 чоловік кожного місяця, тому придбання нової авіаційної техніки ближчим часом недоцільне. Можна порекомендувати керівництву авіакомпанії здати кілька власних літаків до кінця року в оренду, або повернути власникам орендовані у них повітряні судна при наявності таких.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Таблиця 1						
2	X, міс.	Y, кіл-ть пас., К*1000						
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9	r							
10	b0							
11	b1							
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								

Рисунок 5.3 – Форма для розв’язання задачі методом кореляційно-регресивного аналізу

	A	B	C	D	E	F	G	H		
1		Таблиця 1	<div style="text-align: center;"> <p>Кореляційне поле</p> </div>							
2	X, міс.	Y, кіл-ть пас., К*1000								
3	1	1,2								
4	2	1,1								
5	3	1,5								
6	4	1,3								
7	5	1,1								
8	6	1,0								
9	r	-0,35857								
10	b0	1,32								
11	b1	-0,03								
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										

Рисунок 5.4 – Введення вихідних даних у форму, побудова кореляційного поля, розрахунок коефіцієнтів кореляції та регресії

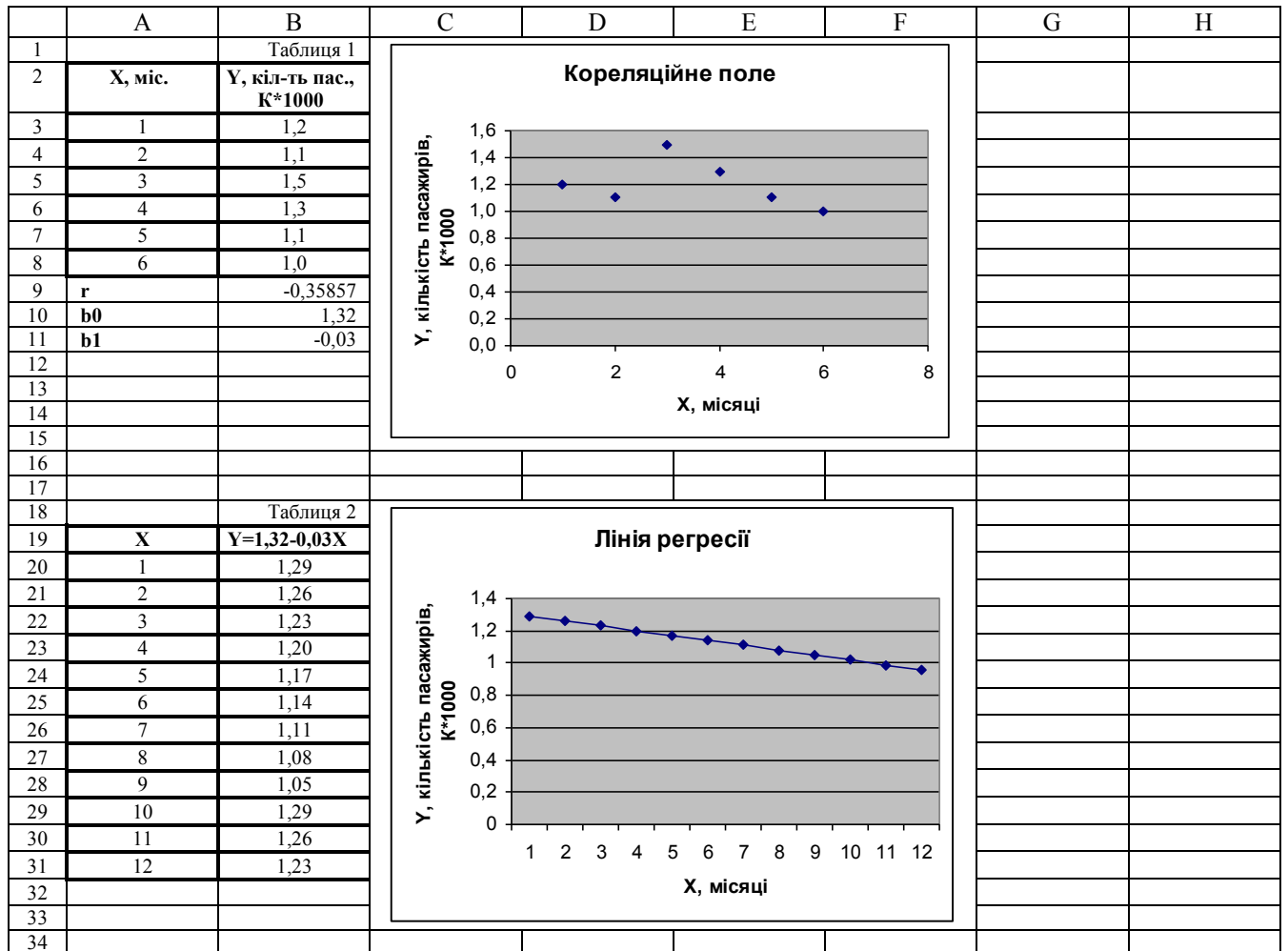


Рисунок 5.5 – Результати прогнозу та графік регресії

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 5

За даними за 6 місяців поточного року, наведеними в табл. 5.4 (номер варіанта відповідає номеру за списком), необхідно спрогнозувати показники попиту на послуги авіакомпанії з авіаперевезень до кінця року за допомогою методу кореляційно-регресивного аналізу.

Таблиця 5.4 – Вихідні дані для розв'язання задачі кореляційно-регресивного аналізу

№ вар.	Місяці, t					
	1	2	3	4	5	6
	Кількість перевезених пасажирів, $K \cdot 10^3$, чоловік					
1.	1,1	1,0	1,3	1,2	1,1	1,2
2.	1,2	1,1	1,2	1,0	1,1	1,2
3.	1,2	0,9	1,1	1,2	1,1	1,4
4.	1,2	1,1	1,2	1,3	1,2	1,4
5.	0,9	1,2	1,1	1,1	1,0	1,3
6.	0,9	1,1	1,1	1,0	1,2	1,3
7.	0,8	1,1	1,0	1,2	1,1	1,3
8.	0,6	0,8	0,7	0,6	0,7	0,8
9.	0,8	0,7	0,8	0,9	0,9	0,6
10.	0,6	1,0	0,6	0,9	0,7	0,7
11.	0,6	0,6	0,8	0,7	0,8	0,6
12.	1,1	1,0	1,1	1,2	1,1	1,0
13.	1,1	1,0	1,1	0,7	0,7	0,9
14.	1,2	1,1	1,4	1,3	1,3	1,7
15.	2,2	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3
16.	2,0	1,8	1,9	2,1	2,2	2,1
17.	2,4	2,4	2,3	2,5	2,5	2,4
18.	2,0	2,3	2,2	2,1	2,1	2,3
19.	2,1	2,0	2,0	2,2	2,0	2,2
20.	0,9	1,0	1,1	1,1	1,0	1,0
21.	1,1	1,0	1,3	1,2	1,1	1,2
22.	1,5	1,3	1,4	1,4	1,1	1,2
23.	1,4	1,5	1,3	1,4	1,2	1,3
24.	1,3	1,4	1,2	1,3	1,0	1,1
25.	1,4	1,2	1,2	1,3	1,2	1,0

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 5

Представте загальний алгоритм розв'язання задачі прогнозування попиту на послуги, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 5

Підберіть такі вихідні дані для розв'язання задачі, щоб змінити ситуацію з прогнозованим попитом на авіаційні перевезення (для варіанту зі зменшенням попиту необхідно досягти його збільшення, і навпаки). Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 5

1. За допомогою якого методу розв'язується задача прогнозування попиту на послуги авіаційного підприємства, в чому він полягає?
2. Які вихідні дані необхідні для розв'язання задачі прогнозування попиту на послуги авіаційного підприємства?
3. Як візуально визначити вид лінії регресії?
4. Який вигляд має рівняння лінійної регресії?

5. Яким методом знаходяться коефіцієнти регресії, в чому він полягає?
6. Як перевіряється правильність обчислення коефіцієнтів регресії?
7. Як за допомогою коефіцієнту кореляції визначити напрямок зв'язку між змінними?
8. Як за допомогою коефіцієнту кореляції визначити силу зв'язку між змінними?
9. Як на основі отриманого рівняння регресії спрогнозувати кількість перевезених пасажирів?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування метод кореляційно-регресивного аналізу?

Аналітично-розрахункова задача № 6

Проектування будівництва виробничого (аеропортового) комплексу

I. Вихідні дані

Авіаційне підприємство повинне прийняти рішення щодо будівництва аеропорту: великого або невеликого. Невеликий аеропорт можна згодом розширити. Таке рішення визначається майбутнім попитом на авіаперевезення. Будівництво великого аеропорту виправдовується високим попитом на авіаперевезення. З іншого боку, можна збудувати невеликий аеропорт та через 2 роки прийняти рішення щодо його розширення.

Задача розглядається на 10-річний період. Аналіз статистичних даних показав, що ймовірність високого попиту на перевезення складає 0,75, низького – 0,25. Прибуток та витрати для кожної з можливих альтернатив наводяться в табл. 6.1.

Вам доручено вивчити альтернативні варіанти будівництва за допомогою дерева рішень та прийняти рішення щодо типу аеропорту.

II. Завдання до ситуації

1. Побудуйте дерево рішень для задачі проектування будівництва аеропорту.
2. Знайдіть очікуване значення прибутку при реалізації рішення розширювати невеликий аеропорт на другому етапі будівництва.
3. Знайдіть очікуване значення прибутку при реалізації рішення не розширювати невеликий аеропорт на другому етапі будівництва.
4. Порівняйте альтернативи будівництва великого аеропорту або невеликого аеропорту з урахуванням його розширення (не розширення) в майбутньому.
5. Прийміть рішення щодо оптимального варіанта будівництва аеропорту з максимальним очікуваним значенням прибутку.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 6.1 – Прибуток та витрати для альтернативних варіантів будівництва аеропорту

Тип аеропорту	Щорічний прибуток, млн. у.о.		Витрати на будівництво аеропорту, млн. у.о.
	Низький попит на перевезення (p=0,25)	Високий попит на перевезення (p=0,75)	
Великий аеропорт	0,3	1,0	5,0
Невеликий аеропорт	0,2	0,25	2,0
Розширення невеликого аеропорту	0,2	0,9	4,2

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. Побудуємо дерево рішень (рис. 6.1). Починаючи з вершини 1 (вирішальна вершина) необхідно прийняти рішення щодо розміру аеропорту. Вершини 2 і 3 є випадковими, тому що з них виходять по дві гілки, які відповідають низькому та високому рівню попиту в залежності від ситуації, що склалася на ринку авіаційних перевезень. Кожна з цих ситуацій відзначена відповідним значенням ймовірності її реалізації.

Авіаційне підприємство розгляне можливість розширення невеликого аеропорту тільки в тому випадку, якщо попит наприкінці перших двох років експлуатації аеропорту встановиться на високому рівні. Таким чином, в вершині 4 приймається рішення щодо доцільності розширення невеликого аеропорту. Вершини 5 і 6 також є випадковими з двома гілками, які відповідають певним рівням попиту.

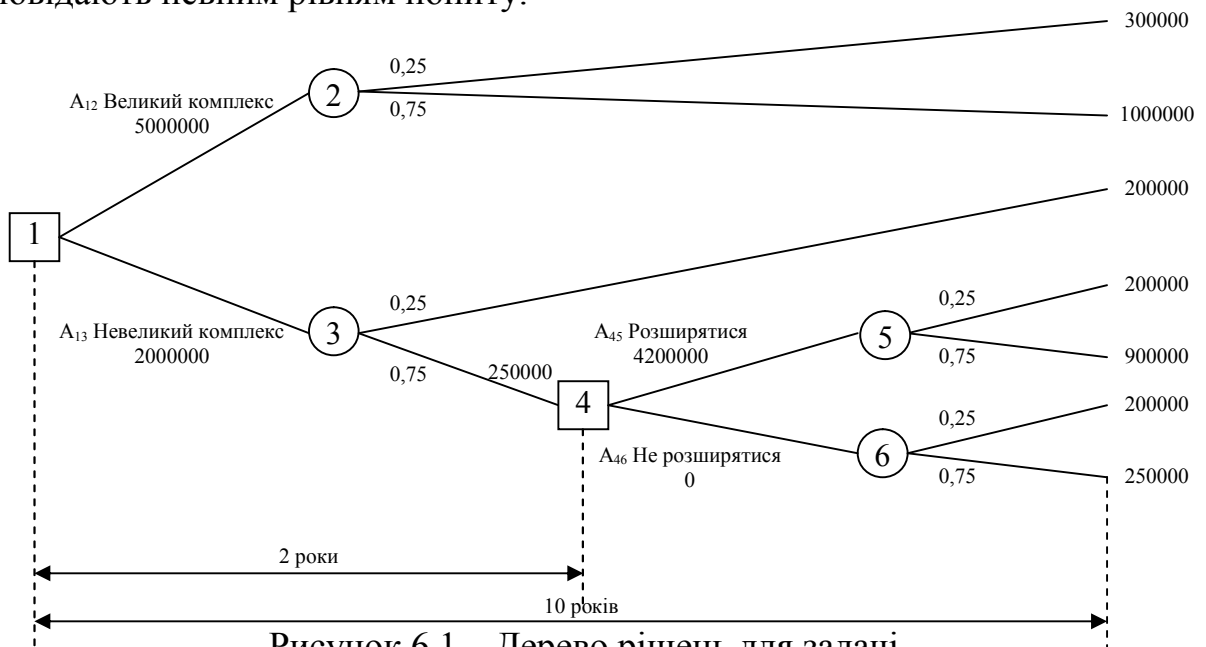


Рисунок 6.1 – Дерево рішень для задачі проектування будівництва аеропортового комплексу

2. Задача розв'язується в два етапи. На першому етапі приймається рішення щодо будівництва великого або невеликого аеропорту з урахуванням ймовірних обсягів перевезень. Через два роки за умови збільшення обсягу

перевезень приймається рішення щодо розширення невеликого аеропорту. Для знаходження оптимального рішення застосовується **критерій очікуваного значення**.

Очікуваний прибуток для рішення A_{ij} визначається за формулою (6.1):

$$M_{ij} = \sum_{j=1}^m p_{ij} l_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (6.1)$$

де p_{ij} - імовірність впливу j -го чиннику при виборі i -ї альтернативи,
 $\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$;

l_{ij} - прибуток, пов'язаний з вибором i -ї альтернативи при впливі j -го чиннику.

Рішення задачі починається з другого етапу. Порівнюються дві альтернативи: A_{45} та A_{46} . Необхідно для кожної альтернативи знайти значення очікуваного прибутку в разі реалізації відповідного рішення.

A_{45} : M_{45} (прибуток / розширювати аеропорт) = $(0,25 * 200000 + 0,75 * 900000) * 8 - 4200000 = 1600000$ у.о.

A_{46} : M_{46} (прибуток / не розширювати аеропорт) = $(0,25 * 200000 + 0,75 * 250000) * 8 = 1900000$ у.о.

Оптимальним рішенням буде те, що відповідає умові (6.2):

$$A_{opt} = \max \{M_{ij}\}, \quad (6.2)$$

де M_{ij} - очікуваний прибуток для рішення A_{ij} .

Порівнюючи отримані значення ($M_{46} > M_{45}$) робимо висновок, що альтернатива A_{46} більш приваблива, ніж A_{45} . Тобто, на другому етапі прийняття рішення необхідно залишити аеропорт без розширення.

3. Переходимо до першого етапу, до вершини 1. Тут порівнюються альтернативи A_{12} і A_{13} щодо будівництва великого чи невеликого аеропорту з урахуванням даних, отриманих на другому етапі.

A_{12} : M_{12} (прибуток / великий аеропорт) = $(0,25 * 300000 + 0,75 * 1000000) * 10 - 5000000 = 3250000$ у.о.

A_{13} : M_{13} (прибуток / невеликий аеропорт) = $(0,25 * 200000 * 10) + (0,75 * 250000 * 2 + 1900000) - 2000000 = 775000$ у.о.

Як видно, $M_{12} > M_{13}$, тобто оптимальним рішенням буде будівництво великого аеропорту з максимальним очікуваним прибутком від експлуатації 3250000 у.о. Будівництво невеликого аеропорту без подальшого розширення принесе прибуток 775000 у.о., що на 2475000 у.о. менше.

Алгоритм розв'язання задачі № 6 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити форму для задачі (рис. 6.2).

2. Ввести вихідні дані задачі в форму (рис. 6.3).

3. Визначити очікуваний прибуток для альтернативних варіантів розширення (A_{45}) або не розширення аеропорту (A_{46}) (посилання на комірки робити за допомогою мишки):

- курсор в комірку B9, ввести формулу „=B7-B8”, нажати „Enter”;
- курсор в комірку B11, ввести формулу „=(C6*C4+B6*B4)*B9-D4”, нажати „Enter”;
- курсор в комірку B12, ввести формулу „=(C6*C3+B6*B3)*B9”, нажати „Enter”.

4. Обрати оптимальну стратегію щодо розширення (A_{45}) або не розширення (A_{46}) аеропорту: курсор в комірку C12, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – МАКС, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних B11:B12, нажати "ОК".

5. Визначити очікуваний прибуток для альтернативних варіантів будівництва великого (A_{12}) або невеликого (A_{13}) аеропорту (посилання на комірки робити за допомогою мишки):

- курсор в комірку B13, ввести в формулу „=(C6*C2+B6*B2)*B7-D2”, нажати „Enter”;
- курсор в комірку B14, ввести формулу „=(C6*C3*B8+C12)+(B6*B3*B7)-D3”, нажати „Enter”.

6. Обрати оптимальну стратегію щодо будівництва великого або невеликого аеропорту: курсор в комірку C14, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – МАКС, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних B13:B14, нажати "ОК".

7. Результати розв’язання задачі наводяться на рис. 6.4.

Оптимальною є альтернатива A_{12} – будівництво великого аеропорту, в разі реалізації якої очікується максимальний прибуток у розмірі 3250000 у.о. (комірка C14). Будівництво невеликого аеропорту без подальшого розширення принесе прибуток 775000 у.о. (комірка B13), що на 2475000 у.о. менше.

	A	B	C	D
1	Тип аеропорту	Прибуток при низькому обсязі попиту, у.о.	Прибуток при високому обсязі попиту, у.о.	Витрати, у.о.
2	Великий аеропорт			
3	Невеликий аеропорт			
4	Розширення невеликого аеропорту			
5	Додаткові дані			
6	Ймовірність попиту p			
7	Період задачі n			
8	Роки до розширення m			
9	Роки після розширення (n-m)			
10	Альтернативи	Очікуваний прибуток	Оптимальне рішення	
11	Розширяти невеликий аеропорт A_{45}		MAX (A_{45} ; A_{46})	
12	Не розширяти невеликий аеропорт A_{46}			
13	Великий аеропорт A_{12}		MAX (A_{12} ; A_{13})	
14	Невеликий аеропорт A_{13}			

Рисунок 6.2 – Форма для розв’язання задачі проектування будівництва аеропортового комплексу

	A	B	C	D
1	Тип аеропорту	Прибуток при низькому обсязі попиту, у.о.	Прибуток при високому обсязі попиту, у.о.	Витрати, у.о.
2	Великий аеропорт	300000	1000000	5000000
3	Невеликий аеропорт	200000	250000	2000000
4	Розширення невеликого аеропорту	200000	900000	4200000
5	Додаткові дані			
6	Ймовірність попиту p	0,25	0,75	
7	Період задачі n	10		
8	Роки до розширення m	2		
9	Роки після розширення (n-m)	=B7-B8		
10	Альтернативи	Очікуваний прибуток	Оптимальне рішення	
11	Розширяти невеликий аеропорт A ₄₅	=(C6*C4+B6*B4)*B9-D4	MAX (A ₄₅ ; A ₄₆)	
12	Не розширяти невеликий аеропорт A ₄₆	=(C6*C3+B6*B3)*B9	=МАКС(B11:B12)	
13	Великий аеропорт A ₁₂	=(C6*C2+B6*B2)*B7-D2	MAX (A ₁₂ ; A ₁₃)	
14	Невеликий аеропорт A ₁₃	=(C6*C3+B6*B3)*B7-D3	=МАКС(B13:B14)	

Рисунок 6.3 – Введення вихідних даних у форму

	A	B	C	D
1	Тип аеропорту	Прибуток при низькому обсязі попиту, у.о.	Прибуток при високому обсязі попиту, у.о.	Витрати, у.о.
2	Великий аеропорт	300000	1000000	5000000
3	Невеликий аеропорт	200000	250000	2000000
4	Розширення невеликого аеропорту	200000	900000	4200000
5	Додаткові дані			
6	Ймовірність попиту p	0,25	0,75	
7	Період задачі n	10		
8	Роки до розширення m	2		
9	Роки після розширення (n-m)	8		
10	Альтернативи	Очікуваний прибуток	Оптимальне рішення	
11	Розширяти невеликий аеропорт A ₄₅	1600000	MAX (A ₄₅ ; A ₄₆)	
12	Не розширяти невеликий аеропорт A ₄₆	1900000	1900000	
13	Великий аеропорт A ₁₂	3250000	MAX (A ₁₂ ; A ₁₃)	
14	Невеликий аеропорт A ₁₃	775000	3250000	

Рисунок 6.4 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 6

За даними, наведеними в табл. 6.2, побудуйте дерево рішень і знайдіть оптимальну альтернативу будівництва аеропорту з максимальним прибутком в умовах низького p_1 або високого p_2 попиту на авіаперевезення. Задача розрахована на n-річний період, розширення планується через m років.

Таблиця 6.2 – Прибуток та витрати для альтернативних варіантів будівництва аеропорту

Тип аеропорту	Щорічний прибуток, млн. у.о.		Витрати на будівництво аеропорту, млн. у.о.
	Низький попит на перевезення (p_1)	Високий попит на перевезення (p_2)	
Великий аеропорт	l_{11}	l_{12}	b_1
Невеликий аеропорт	l_{21}	l_{22}	b_2
Розширення невеликого аеропорту через m років	l_{31}	l_{32}	b_3

Чисельні значення $p_1, p_2, p_3, l_{11}, l_{12}, l_{13}, l_{21}, l_{22}, l_{23}, b_1, b_2, b_3, m, n$ визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 6.3.

Таблиця 6.3 – Вихідні дані для розв'язання задачі проектування будівництва виробничого (аеропортового) комплексу

№ вар.	Параметри задачі												
	p_1	p_2	l_{11}	l_{12}	l_{21}	l_{22}	l_{31}	l_{32}	b_1	b_2	b_3	m	n
1	0,2	0,8	1,0	1,2	0,8	1,0	0,7	0,8	5	3	1	2	10
2	0,3	0,7	0,9	1,1	0,7	0,9	0,6	0,7	6	4	2	1	8
3	0,4	0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	0,5	0,6	7	5	3	2	10
4	0,5	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,4	0,5	8	6	4	2	10
5	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,3	0,4	9	7	5	3	7
6	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,2	0,3	10	8	6	2	10
7	0,8	0,2	0,4	0,6	0,25	0,4	0,18	0,22	9	8	7	2	8
8	0,2	0,8	0,3	0,5	0,2	0,3	0,16	0,18	8	7	6	2	10
9	0,3	0,7	0,2	0,4	0,15	0,2	0,12	0,14	7	6	5	4	12
10	0,4	0,6	0,1	0,3	0,9	0,11	0,08	0,12	6	5	4	2	6
11	0,5	0,5	0,1	0,3	0,9	0,11	0,08	0,12	5	4	3	2	10
12	0,6	0,4	0,2	0,4	0,15	0,2	0,12	0,14	4	3	2	1	6
13	0,7	0,3	0,3	0,5	0,2	0,3	0,16	0,18	3	2	1	2	9
14	0,8	0,2	0,4	0,6	0,25	0,4	0,18	0,22	2,5	2	1,5	2	10
15	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,2	0,3	2	1,5	1	3	10
16	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,3	0,4	1,5	1	0,5	2	11
17	0,5	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,4	0,5	2,5	1,5	0,5	2	10
18	0,4	0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	0,5	0,6	3,5	2,5	0,5	4	9
19	0,3	0,7	0,9	1,1	0,7	0,9	0,6	0,7	4,5	3,5	1,5	2	10
20	0,2	0,8	1,0	1,2	0,8	1,0	0,7	0,8	5,5	4,5	2,5	2	12
21	0,3	0,7	1,0	1,1	0,5	0,6	0,4	0,5	6,5	5,5	3,5	3	10
22	0,4	0,6	0,8	0,9	0,4	0,5	0,3	0,4	7,5	6,5	4,5	2	10
23	0,5	0,5	0,6	0,8	0,3	0,4	0,2	0,3	8,5	7,5	5,5	1	7
24	0,6	0,4	0,4	0,6	0,2	0,3	0,1	0,2	9,5	8,5	6,5	2	10
25	0,7	0,3	0,2	0,4	0,1	0,2	0,05	0,1	10,5	9,5	7,5	2	8

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 6

Представте загальний алгоритм розв'язання задачі проектування будівництва виробничого (аеропортового) комплексу, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 6

Підберіть такі вихідні дані для розв'язання задачі, щоб змінити ситуацію з вибором оптимальної альтернативи будівництва аеропортового комплексу (для варіанту з вибором варіанту будівництва великого комплексу необхідно досягти вибору варіанту будівництва невеликого комплексу, і навпаки). Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 6

1. За допомогою якого методу розв'язується задача проєктування будівництва аеропортового комплексу, в чому він полягає?
2. Які вихідні дані необхідні для розв'язання задачі проєктування будівництва аеропортового комплексу?
3. Для чого призначені вирішальні вершини дерева рішень?
4. Для чого призначені випадкові вершини дерева рішень?
5. Яке рішення приймається на першому етапі розв'язання задачі?
6. Яке рішення приймається на другому етапі розв'язання задачі?
7. Який критерій застосовується для знаходження оптимального рішення задачі?
8. В якому випадку можна зробити висновок щодо привабливості певної альтернативи?
9. Який висновок можна зробити при отриманні від'ємної відповіді в процесі розв'язання задачі?
10. Де в авіаційній галузі знаходиться прикладне застосування дерева рішень?

Аналітично-розрахункова задача № 7

Оптимізація передпольотного обслуговування літаків авіаційного підприємства

I. Вихідні дані

Технік авіаційно-технічної бази авіакомпанії може провести передпольотний сервіс трьох літаків за одну годину. В середньому цього виду послуг потребують два літаки за годину. Витрати при очікуванні літаком однієї години в черзі становлять 100 грн., а оплата праці техніка – 50 грн. за годину (табл. 7.1).

Конфігурація системи передпольотного обслуговування літаків та її характеристика наводяться на рис. 7.1.

Вам необхідно провести аналіз черги і надати рекомендації з оптимізації передпольотного обслуговування літаків авіакомпанії.

II. Завдання до ситуації

1. Визначте середнє число літаків в системі передпольотного обслуговування та середній час, проведений літаком в системі передпольотного обслуговування.

2. Визначте середнє число літаків в черзі на передпольотне обслуговування та середній час, проведений літаком в черзі на передпольотне обслуговування.

3. Визначте коефіцієнт використання системи передпольотного обслуговування та ймовірність відсутності літаків у системі передпольотного обслуговування.

4. Підрахуйте витрати авіакомпанії від очікування літаками передпольотного обслуговування у черзі та витрати на оплату праці техніка, а також загальні витрати авіакомпанії в процесі передпольотного обслуговування літаків.

5. Надайте рекомендації щодо оптимізації процесу передпольотного обслуговування літаків авіакомпанії.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 7.1 – Параметри моделі передпольотного обслуговування літаків

Параметри моделі	Значення параметру
Середнє число прибуттів літаків k , од./год.	2
Середнє число обслугованих літаків m , од./год.	3
Тривалість робочого дня техніка T_p , год.	8
Кількість наданих за робочий день послуг Π , од.	16
Витрати при очікуванні літаком в черзі годину $V_{оч}$, грн./год.	100
Витрати на оплату праці техніка за годину $V_{оп}$, грн./год.	50

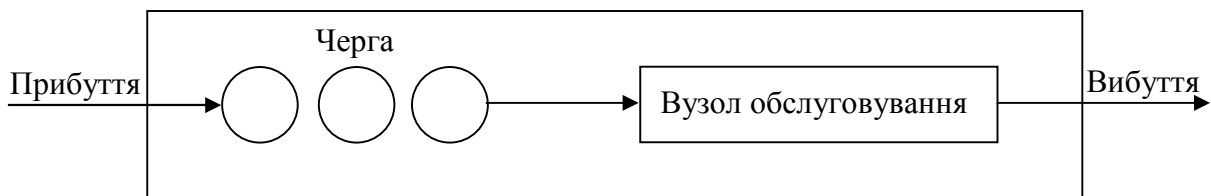


Рисунок 7.1 – Конфігурація системи передпольотного обслуговування літаків

Системи, призначені для обслуговування масового випадкового потоку клієнтів, вивчаються **теорією масового обслуговування**.

Характеристика одноканальної моделі черги з пуассоновим розподілом прибуттів і експоненціальним часом обслуговування:

1. Прибуття літаків обслуговуються за правилом «Перший прийшов – перший пішов» (FIFO) і кожне прибуття очікує обслуговування залежно від довжини черги.

2. Прибуття літаків є незалежними одні від одних, але їх середнє число не змінюється в часі.

3. Прибуття літаків описуються пуассоновим розподілом ймовірностей і надходять із необмеженого джерела.

4. Час обслуговування змінюється від одного літака до іншого; ці відрізки часу незалежні один від одного, але їх середній час відомий.

5. Час обслуговування літаків менший від часу між прибуттями.

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. Визначимо середнє число літаків в системі передпольотного обслуговування за формулою (7.1):

$$K_s = \frac{k}{m - k}, \quad (7.1)$$

де k – середнє число прибуттів літаків за годину;
 m – середнє число обслугованих літаків за годину.

$$K_s = \frac{2}{3 - 2} = 2 \text{ од./год.}$$

2. Визначимо середній час, проведений літаком в системі передпольотного обслуговування (час очікування + час обслуговування) за формулою (7.2):

$$W_s = \frac{1}{m - k}. \quad (7.2)$$

$$W_s = \frac{1}{3 - 2} = 1 \text{ год.}$$

3. Визначимо середнє число літаків в черзі на передпольотне обслуговування за формулою (7.3):

$$K_q = \frac{k^2}{m(m - k)}. \quad (7.3)$$

$$K_q = \frac{2^2}{3(3 - 2)} = 1 \text{ од.}$$

4. Визначимо середній час, проведений літаком в черзі на передпольотний сервіс, за формулою (7.4):

$$W_q = \frac{k}{m(m - k)}. \quad (7.4)$$

$$W_q = \frac{2}{3(3 - 2)} = 0,67 \text{ год.} = 40 \text{ хв.}$$

5. Визначимо коефіцієнт використання системи передпольотного обслуговування за формулою (7.5):

$$r = \frac{k}{m}. \quad (7.5)$$

$$r = \frac{2}{3} = 0,67 = 67\%.$$

Тобто, 67% часу технік авіаційно-технічної бази зайнятий.

6. Визначимо ймовірність відсутності літаків у системі передпольотного обслуговування за формулою (7.6):

$$P_0 = 1 - \frac{k}{m}. \quad (7.6)$$

$$P_0 = 1 - \frac{2}{3} = 0,33 = 33\%.$$

7. Визначимо витрати авіакомпанії від очікування літаками передпольотного обслуговування у черзі за формулою (7.7):

$$B_1 = W_q \cdot \Pi \cdot B_{оч}, \quad (7.7)$$

де W_q – середній час очікування літаком в черзі;

Π – кількість наданих за робочий день послуг;

$B_{оч}$ – витрати при очікуванні літаком в черзі годину.

$$B_1 = 0,67 \cdot 16 \cdot 100 = 1072 \text{ грн.}$$

Визначимо витрати на оплату праці техника за формулою (7.8):

$$B_2 = B_{оп} \cdot T_p, \quad (7.8)$$

де $B_{оп}$ – витрати на оплату праці техника за годину;

T_p – тривалість робочого дня техника.

$$B_2 = 50 \cdot 8 = 400 \text{ грн.}$$

8. Визначимо загальні витрати авіакомпанії в процесі передпольотного сервісу літаків за формулою (7.9):

$$B_{заг} = B_1 + B_2. \quad (7.9)$$

$$B_{заг} = 1072 + 400 = 1472 \text{ грн.}$$

9. Так як витрати підприємства від очікування літаками передпольотного обслуговування у черзі більші за витрати на оплату праці техника, для оптимізації передпольотного обслуговування літаків авіакомпанії можна рекомендувати прийняти на роботу ще одного техника і перетворити модель черги в багатоканальну. Це призведе до скорочення часу очікування літаків в черзі, але може призвести до збільшення витрат авіакомпанії в процесі передпольотного сервісу літаків.

Алгоритм розв'язання задачі № 7 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити форму для задачі (рис. 7.2).

2. Ввести вихідні дані в форму (рис. 7.3).
 3. Розрахувати середнє число літаків K_S (рис. 7.3): курсор в комірку B9, ввести формулу " $=B2/(B3-B2)$ ", нажати "ОК" (посилання на комірки робити мишкою).
 4. Аналогічно знаходимо результати наступних формул у комірках B10, B11, B12, B13, B14, B15, B16, B17, роблячи посилання на комірки мишкою (рис. 7.3):
 - курсор в комірку B10, ввести формулу " $=1/(B3-B2)$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B11, ввести формулу " $=B2^2/(B3*(B3-B2))$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B12, ввести формулу " $=B2/(B3*(B3-B2))$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B13, ввести формулу " $=B2/B3$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B14, ввести формулу " $=1-B2/B3$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B15, ввести формулу " $=B12*B5*B6$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B16, ввести формулу " $=B7*B4$ ", нажати "ОК";
 - курсор в комірку B17, ввести формулу " $=B15+B16$ ", нажати "ОК".
 5. Повернутись в комірку B9, меню „Формат” → "Ячейки" → "Число" → "Числовий" → Число десятинних знаків: 0.
 6. Повернутись в комірку B11, меню „Формат” → "Ячейки" → "Число" → "Числовий" → Число десятинних знаків: 0.
 7. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 7.4.
Результати розв'язання задачі:
 - середнє число літаків в системі передпольотного обслуговування складає 2 одиниці за годину (комірка B9), у середньому літаки проводять в системі 1 годину (комірка B10);
 - в середньому в черзі знаходиться 1 літак (комірка B11) і перебуває в ній 0,67 годин (40 хвилин) (комірка B12);
 - коефіцієнт використання системи передпольотного обслуговування дорівнює 0,67 (комірка B13), ймовірність відсутності літаків – 0,33 (комірка B14), тобто, 67% робочого часу технік зайнятий обслуговуванням літаків;
 - витрати підприємства від очікування літаками у черзі складають 1072 грн. (комірка B15), витрати на оплату праці техника – 400 грн. (комірка B16), а загальні витрати підприємства – 1472 грн. (комірка B17).
- Так як витрати підприємства від очікування літаками передпольотного обслуговування у черзі більші за витрати на оплату праці техника, для оптимізації передпольотного обслуговування літаків підприємства можна рекомендувати прийняти на роботу ще одного техника і перетворити модель черги в багатоканальну. Це призведе до скорочення часу очікування літаками в черзі, але може призвести до збільшення загальних витрат підприємства.

	A	B
1	Вхідні параметри моделі	Значення параметру
2	Середнє число прибуттів літаків k , од./год.	
3	Середнє число обслугованих літаків m , од./год.	
4	Тривалість робочого дня техніка T_p , год.	
5	Кількість наданих за робочий день послуг Π , од.	
6	Витрати при очікуванні літаком в черзі годину $V_{оч}$, грн./год.	
7	Витрати на оплату праці техніка за годину $V_{оп}$, грн./год.	
8	Вихідні параметри моделі	
9	Середнє число літаків в системі K_s , од./год.	
10	Середній час, проведений літаком в системі W_s , год.	
11	Середнє число літаків в черзі K_q , од.	
12	Середній час, проведений літаком в черзі W_q , год.	
13	Коефіцієнт використання системи обслуговування γ	
14	Ймовірність відсутності літаків P_0	
15	Витрати авіакомпанії від очікування літаками у черзі B_1 , грн.	
16	Витрати на оплату праці техніка B_2 , грн.	
17	Загальні витрати авіакомпанії $B_{зар}$, грн.	

Рисунок 7.2 – Форма для розв'язання задачі оптимізації передпольотного обслуговування літаків

	A	B
1	Вхідні параметри моделі	Значення параметру
2	Середнє число прибуттів літаків k , од./год.	2
3	Середнє число обслугованих літаків m , од./год.	3
4	Тривалість робочого дня техніка T_p , год.	8
5	Кількість наданих за робочий день послуг Π , од.	16
6	Витрати при очікуванні літаком в черзі годину $V_{оч}$, грн./год.	100
7	Витрати на оплату праці техніка за годину $V_{оп}$, грн./год.	50
8	Вихідні параметри моделі	
9	Середнє число літаків в системі K_s , од./год.	$=B2/(B3-B2)$
10	Середній час, проведений літаком в системі W_s , год.	$=1/(B3-B2)$
11	Середнє число літаків в черзі K_q , од.	$=B2^2/(B3*(B3-B2))$
12	Середній час, проведений літаком в черзі W_q , год.	$=B2/(B3*(B3-B2))$
13	Коефіцієнт використання системи обслуговування γ	$=B2/B3$
14	Ймовірність відсутності літаків P_0	$=1-B2/B3$
15	Витрати авіакомпанії від очікування літаками у черзі B_1 , грн.	$=B12*B5*B6$
16	Витрати на оплату праці техніка B_2 , грн.	$=B7*B4$
17	Загальні витрати авіакомпанії $B_{зар}$, грн.	$=B15+B16$

Рисунок 7.3 – Введення вихідних даних у форму

	A	B
1	Вхідні параметри моделі	Значення параметру
2	Середнє число прибуттів літаків k , од./год.	2
3	Середнє число обслугованих літаків m , од./год.	3
4	Тривалість робочого дня техніка T_p , год.	8
5	Кількість наданих за робочий день послуг Π , од.	16
6	Витрати при очікуванні літаком в черзі годину $V_{оч}$, грн./год.	100
7	Витрати на оплату праці техніка за годину $V_{оп}$, грн./год.	50
8	Вихідні параметри моделі	
9	Середнє число літаків в системі K_s , од./год.	2
10	Середній час, проведений літаком в системі W_s , год.	1
11	Середнє число літаків в черзі K_q , од.	1
12	Середній час, проведений літаком в черзі W_q , год.	0,67
13	Коефіцієнт використання системи обслуговування γ	0,67
14	Ймовірність відсутності літаків P_0	0,33
15	Витрати авіакомпанії від очікування літаками у черзі V_1 , грн.	1072
16	Витрати на оплату праці техніка V_2 , грн.	400
17	Загальні витрати авіакомпанії $V_{заг}$, грн.	1472

Рисунок 7.4 – Знаходження оптимального рішення

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 7

За даними, наведеними в табл. 7.2, проведіть аналіз черги і надайте рекомендації з оптимізації передпольотного обслуговування літаків.

Таблиця 7.2 – Параметри моделі передпольотного обслуговування літаків

Параметр моделі	Значення параметру
Середнє число прибуттів літаків, од./год.	k
Середнє число обслугованих літаків, од./год.	m
Тривалість робочого дня техніка, год.	T_p
Кількість наданих за робочий день послуг, од.	Π
Витрати при очікуванні літаком в черзі годину, грн./год.	$V_{оч}$
Витрати на оплату праці техніка за годину, грн./год.	$V_{оп}$

Чисельні значення k , m , T_p , Π , $V_{оч}$, $V_{оп}$ визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 7.3.

Таблиця 7.3 – Вихідні дані для розв'язання задачі оптимізації передпольотного обслуговування літаків

№ вар.	Параметри задачі					
	k	m	T_p	П	$B_{оч}$	$B_{оп}$
1	2	4	8	16	100	50
2	2	3	8	16	105	49
3	1	2	8	8	106	48
4	3	5	8	24	110	47
5	1	3	8	8	101	46
6	2	4	8	16	102	45
7	2	3	8	16	103	51
8	3	4	8	24	104	52
9	1	2	8	8	107	53
10	2	5	8	16	108	54
11	1	3	8	8	109	55
12	1	2	8	8	111	56
13	3	4	8	24	100	57
14	2	4	8	16	101	58
15	3	5	8	24	102	59
16	2	3	8	16	103	60
17	3	5	8	24	104	41
18	1	2	8	8	105	42
19	2	4	8	16	106	43
20	2	3	8	16	107	44
21	1	3	8	8	108	45
22	1	2	8	8	109	46
23	3	4	8	24	110	47
24	1	3	8	8	111	48
25	2	4	8	16	112	49

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 7

Представте загальний алгоритм розв'язання задачі оптимізації передпольотного обслуговування літаків, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 7

Перевірте доцільність прийняття на роботу ще одного техника, що призведе до збільшення у два рази середнього числа обслугованих літаків, тривалості робочого дня техника та кількості наданих за робочий день послуг. Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 7

1. Яка наука вивчає системи, призначені для обслуговування масового випадкового потоку літаків?
2. За яким правилом обслуговуються прибуття літаків?
3. Чи залежать прибуття літаків один від одного?
4. Яким розподілом ймовірностей описуються прибуття літаків?
5. Чи змінюється за умовами задачі час обслуговування літаків?

6. Час обслуговування літаків є більшим чи меншим за час між їх прибуттями?

7. Які вихідні параметри моделі обслуговування літаків не можуть бути дробовими?

8. Які вихідні параметри моделі обслуговування літаків не можуть бути від'ємними?

9. Які можливі наслідки перетворення одноканальної моделі черги в багатоканальну?

10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування теорія масового обслуговування?

Аналітично-розрахункова задача № 8

Статистичний контроль якості продукції авіаційного заводу

I. Вихідні дані

На заводі авіамоторобудування виготовляються лопатки компресора турбореактивного двигуна. Ширина лопатки – 3 см з допустимою нормою відхилення 0,2 см для маленького ряду.

Вам доручено за даними вибіркової статистичної сукупності (табл. 8.1) проаналізувати якість виготовленої продукції.

II. Завдання до ситуації

1. Побудуйте варіаційний ряд, зробіть групування.
2. Побудуйте гістограму.
3. Визначте середнє арифметичне значення вибірки, середнє квадратичне відхилення, дисперсію, варіацію.
4. Зробіть висновок щодо відповідності розподілу вибірки нормальному (Гауссовському) закону на основі вигляду гістограми та значення коефіцієнта варіації.
5. Зробіть відсів грубих погрешностей у виборці.

III. Інформаційне забезпечення задачі

Таблиця 8.1 – Вибіркові значення показників

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Показ- ник, см	3,1	3	3,2	2,9	2,8	3,1	3	2,9	3,2	3,1	2,8	3	3,1	2,9	3	2,9	3,2	2,8	3	3,2	3	2,9	3	2,8	2,9	3,1	3	3,1	2,9	2,8

IV. Алгоритм розв'язання задачі

1. Метою методів статистичного контролю є виключення випадкових змін якості продукції. Використовуючи дані табл. 8.1, побудуємо варіаційний ряд – дані вимірювань у порядку зростання. Встановивши частоту, з якою зустрічається кожний показник, встановимо кількість груп для дискретного ряду (табл. 8.2).

Таблиця 8.2 – Таблиця групування

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Показник	3,1	3	3,2	2,9	2,8	3,1	3	2,9	3,2	3,1	2,8	3	3,1	2,9	3	2,9	3,2	2,8	3	3,2	3	2,9	3	2,8	2,9	3,1	3	3,1	2,9	2,8	
Варіаційний ряд	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3	3	3	3	3	3	3	3	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,2	3,2	3,2	3,2
Показник, x	2,8					2,9							3						3,1					3,2							
Частота, f	5					7							8						6					4							
№ групи	1					2							3						4					5							

Використовуючи дані табл. 8.2, побудуємо полігон дискретного ряду (рис. 8.1), де по осі абсцис відкладемо величину показника x, по осі ординат – величину частоти f.

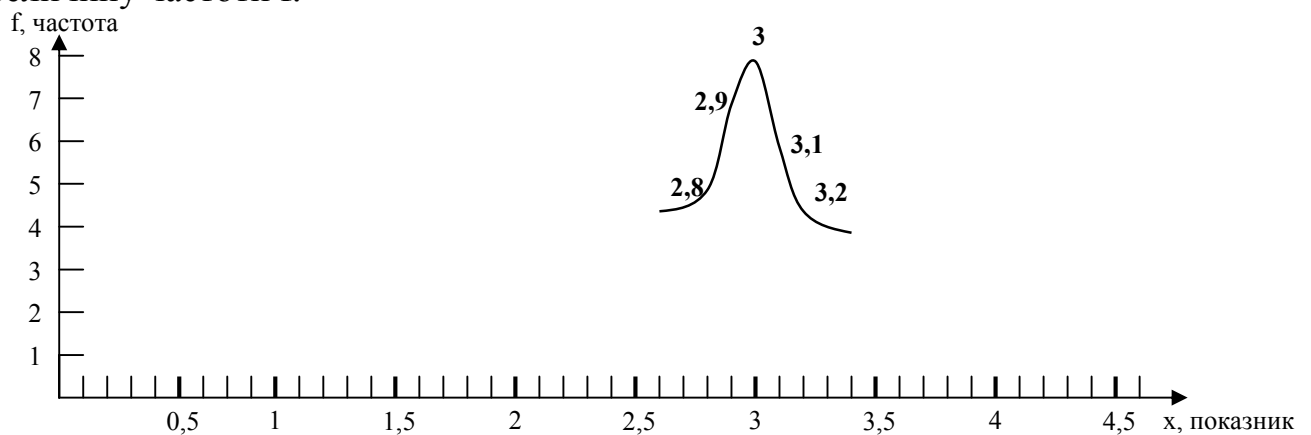


Рисунок 8.1 – Полігон дискретного ряду

За куполоподібною формою графіку на рис. 8.1 можна припустити, що вибірка розподілена нормально (відповідає закону розподілу Гаусса).

2. Обчислимо значення середнього арифметичного за формулою (8.1):

$$x_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (8.1)$$

де x_i – значення показника;
 n – кількість показників.

$$x_{\text{сеп}} = \frac{89,7}{30} = 2,99.$$

Знайдемо середнє квадратичне відхилення за формулою (8.2):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{сеп}})^2}{n}}. \quad (8.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,487}{30}} = \sqrt{0,01623} = 0,13.$$

Знаходимо значення дисперсії за формулою (8.3):

$$D = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{сер}})^2}{n}. \quad (8.3)$$

$$D = \sigma^2 = 0,02.$$

3. Зробимо перевірку нормальності розподілу.

Обчислимо коефіцієнт варіації за формулою (8.4):

$$v = \frac{\sigma}{x_{\text{сер}}} \cdot 100\%. \quad (8.4)$$

$$v = \frac{0,13}{2,99} \cdot 100\% = 4\%.$$

Коефіцієнт варіації показує, на скільки відсотків кожне конкретне значення показника x відрізняється в середньому від значення показника $x_{\text{сер}}$. Якщо $v < 33\%$, то сукупність однорідна і розподілена по нормальному закону.

4. Для відсіву грубих погрішностей визначимо мінімальне значення вибірки $x_{\text{мін}} = 2,8$ та максимальне значення вибірки $x_{\text{макс}} = 3,2$.

Знайдемо максимальні відхилення показників за формулою (8.5):

$$\Delta_{\text{макс(мін)}} = |x_{\text{макс(мін)}} - x_{\text{сер}}|. \quad (8.5)$$

$$\Delta_{\text{макс}} = |3,2 - 2,99| = 0,21.$$

$$\Delta_{\text{мін}} = |2,8 - 2,99| = 0,19.$$

Розрахуємо теоретичне значення критерію Ст'юдента за формулою (8.6):

$$t_{\text{теор}} = \Delta_{\text{макс}} / \sigma. \quad (8.6)$$

$$t_{\text{теор}} = 0,21 / 0,13 = 1,62.$$

Табличне значення критерію Ст'юдента при довірчій ймовірності $P=0,95$, рівні значимості $\alpha=100-0,95=0,05$ та ступені свободи $\mu=n-2=28$ $t_{\text{табл}}(0,05;28) = 2,05$ (додаток А).

Коли виконується нерівність $t_{\text{теор}} \leq t_{\text{табл}}$, максимальні відхилення не є грубими погрішностями.

Так як $t_{\text{теор}} < t_{\text{табл}}$ ($1,62 < 2,05$), максимальні відхилення показників не є промахами, тобто, продукція відповідає вимогам до якості.

Алгоритм розв'язання задачі № 8 за допомогою табличного процесора MS Excel

1. Зробити формулу для задачі у вигляді табл. 1 (рис. 8.2).
 2. Ввести вихідні дані в табл. 1 (рис. 8.3).
 3. Побудувати варіаційний ряд (рис. 8.4):
 - виділити діапазон даних B3:B32 (показник);
 - скопіювати його в діапазон даних C3:C32 (варіаційний ряд);
 - виділити діапазон даних C3:C32, клацнути мишкою кнопку на панелі інструментів „Сортування за зростанням” – варіаційний ряд створено.
 4. Виділити діапазон даних C3:C32, вибрати меню „Дані” → „Фільтр” → „Автофільтр”.
 5. Клацнути мишкою на стрілку, при цьому з'явиться ряд відфільтрованих значень x . Якщо нажати на кожне число у фільтрі, можна дізнатися про частоту появи кожного показника у варіаційному ряду.
 6. Створити табл. 2 з даними для побудови гістограми: X – значення показника; Y – частота появи даного показника у процесі проведення вимірювань (рис. 8.4).
 7. Побудувати гістограму (рис. 8.4):
 - виділити діапазон даних F3:J3 (значення частот Y в табл. 2);
 - викликати „Майстер діаграм”;
 - тип діаграми – „Гістограма” (звичайна або об'ємна);
 - діапазон даних: діапазон даних F3:J3, ряди у строках;
 - ряд: підписи вісі X – F2:J2;
 - заголовки: назва діаграми – Гістограма; ось X – X , показник; ось Y – Y , частота;
 - лінії сітки: ось Y (значень) – основні лінії;
 - легенда – відсутня;
 - підписи значень – відсутні;
 - таблиця даних – відсутня;
 - помістити гістограму на наявному листі.
- Для переходу між окремими кроками „Майстра діаграм” необхідно клацнути мишкою на кнопці „Далі” або „Назад”; після закінчення побудови гістограми – клацнути на кнопці „Готово”. Готовий графік відформатувати.
8. Побудувати табл. 3 (рис. 8.4).
 9. Виділити діапазон даних I20:I29, зайти в меню „Формат” → „Ячейки” → „Число” → „Числовий формат” → Число десятинних знаків: 0, нажати „ОК”.
 10. Знайти середнє значення вибірки $x_{\text{сер}}$: курсор в комірку I20, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – СРЗНАЧ, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних C3:C32, нажати „ОК”.

11. Знайти середнє квадратичне відхилення σ : курсор в комірку I21, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – СТАНДОТКЛОН, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних C3:C32, нажати "ОК".

12. Знайти дисперсію D : курсор в комірку I22, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – ДИСП, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних C3:C32, нажати "ОК".

13. Знайти коефіцієнт варіації v : курсор в комірку I23, ввести формулу " $= (I21/I20)*100$ ", нажати "Enter" (посилання на комірки робити мишкою).

14. Знайти мінімальне значення у виборці x_{\min} : курсор в комірку I24, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – МИН, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних C3:C32, нажати "ОК".

15. Знайти максимальне значення у виборці x_{\max} : курсор в комірку I25, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – МАКС, „Число 1” – виділити мишкою діапазон даних C3:C32, нажати "ОК".

16. Знайти максимальне відхилення за модулем Δ_{\min} : курсор в комірку I26, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Математичні”, функція – ABS, „Число” – ввести формулу "I20-I24", нажати "ОК" (посилання на комірки робити мишкою).

Аналогічно знаходимо Δ_{\max} у комірці I27.

17. Знайти теоретичне значення критерію Ст'юдента $t_{\text{теор}}$: курсор у комірку I28, ввести формулу " $=I27/I21$ ", нажати „Enter”.

18. Знайти табличне значення критерію Ст'юдента $t_{\text{табл}}$: курсор в комірку I29, визвати „Майстер функцій” f_x , категорія – „Статистичні”, функція – СТЬЮДРАСПОБР, вірогідність – 0,05, ступінь свободи – 28, нажати "ОК".

19. Результати розв'язання задачі наводяться на рис. 8.4.

Куполоподібна форма гістограми та значення коефіцієнта варіації $v = 4\% < 33\%$ показують, що вибірка однорідна і розподілена відповідно до нормального закону (закону розподілу Гаусса).

Порівняння теоретичного значення критерію Ст'юдента $t_{\text{теор}}$ з табличним $t_{\text{табл}}$ показало, що нерівність $t_{\text{теор}} \leq t_{\text{табл}}$ виконується ($1,62 < 2,05$), тому максимальні відхилення у виборці не є грубими погрішностями (промахами), тобто, продукція відповідає встановленим вимогам до якості.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Таблиця 1							
2	№ вимір.	Показник	В.р.							
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

Рисунок 8.2 – Форма для розв’язання задачі статистичного контролю якості продукції

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Таблиця 1							
2	№ вимір.	Показник	В.р.							
3	1	3,1								
4	2	3								
5	3	3,2								
6	4	2,9								
7	5	2,8								
8	6	3,1								
9	7	3								
10	8	2,9								
11	9	3,2								
12	10	3,1								
13	11	2,8								
14	12	3								
15	13	3,1								
16	14	2,9								
17	15	3								
18	16	2,9								
19	17	3,2								
20	18	2,8								
21	19	3								
22	20	3,2								
23	21	3								
24	22	2,9								
25	23	3								
26	24	2,8								
27	25	2,9								
28	26	3,1								
29	27	3								
30	28	3,1								
31	29	2,9								
32	30	2,8								

Рисунок 8.3 – Введення вихідних даних у форму

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Таблиця 1							Таблиця 2
2	№ вимір.	Показник	В.р.		Х, показник	2,8	2,9	3	3,1	3,2
3	1	3,1	2,8		У, частота	5	7	8	6	4
4	2	3	2,8							
5	3	3,2	2,8							
6	4	2,9	2,8							
7	5	2,8	2,8							
8	6	3,1	2,9							
9	7	3	2,9							
10	8	2,9	2,9							
11	9	3,2	2,9							
12	10	3,1	2,9							
13	11	2,8	2,9							
14	12	3	2,9							
15	13	3,1	3							
16	14	2,9	3							
17	15	3	3							
18	16	2,9	3							
19	17	3,2	3							
20					Середнє арифметичне значення	СРЗНАЧ		$x_{сер}$	2,99	Таблиця 3
21	18	2,8	3		Середнє квадратичне відхилення	СТАНДОТКЛОН		σ	0,13	
22	19	3	3		Дисперсія	ДИСП		D	0,02	
23	20	3,2	3		Коефіцієнт варіації	(СТАНДОТКЛОН/СРЗНАЧ)*100		v	4,33	
24	21	3	3,1		Мінімальне значення	МИН		$x_{мін}$	2,80	
25	22	2,9	3,1		Максимальне значення	МАКС		$x_{макс}$	3,20	
26	23	3	3,1		Максимальне відхилення 1	СРЗНАЧ-МИН		$\Delta_{мін}$	0,19	
27	24	2,8	3,1		Максимальне відхилення 2	СРЗНАЧ-МАКС		$\Delta_{макс}$	0,21	
28	25	2,9	3,1		Теоретичне значення критерію Ст'юдента	(СРЗНАЧ-МАКС)/СТАНДОТКЛОН		$t_{теор}$	1,62	
29	26	3,1	3,1		Табличне значення критерію Ст'юдента	СТЬЮДРАСПОБР		$t_{табл}$	2,05	
30	27	3	3,2		$t_{теор} < t_{табл}$	1,62 < 2,05				
31	28	3,1	3,2							
32	29	2,9	3,2							
	30	2,8	3,2							

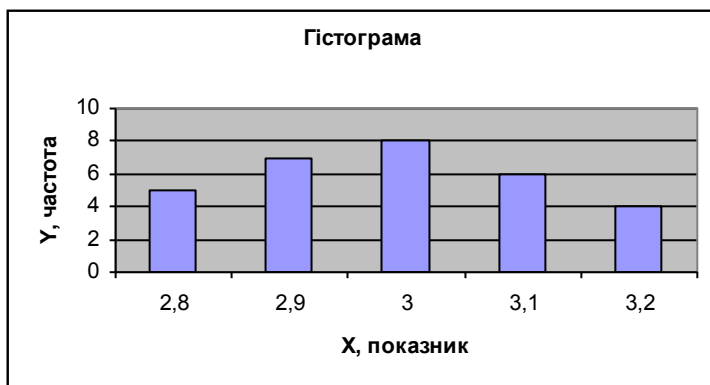


Рисунок 8.4 – Розрахунки та результати аналізу статистичної сукупності

Варіанти завдань для самостійного розв'язання задачі № 8

За даними, наведеними в табл. 8.3, зробіть аналіз статистичної сукупності: попередню обробку експериментальних даних, вибіркові характеристики, перевірку нормальності розподілу, відсів грубих погрешностей.

Таблиця 8.3 – Вибіркові значення показників

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Показник	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}

Чисельні значення $x_1, x_2, x_3, \dots, \dots, \dots, x_{28}, x_{29}, x_{30}$ визначаються відповідно до варіанта (номер за списком) за табл. 8.4.

Таблиця 8.4 – Вихідні дані для задачі статистичного контролю якості продукції

№ вар.	Показники																														
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈	X ₁₉	X ₂₀	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	X ₂₇	X ₂₈	X ₂₉	X ₃₀	
1	3,1	2,9	3,1	3,1	3,2	3	3	3,1	3	2,8	3,1	3,1	2,9	3	3,1	2,9	2,9	3	3	3,2	2,9	3	3,1	3,2	2,8	2,9	3	2,9	3	3	
2	2,9	3,1	3	2,9	3	2,9	3,1	2,9	3	2,9	3	3	3	3	2,9	3	3,1	2,9	3	3,2	3,1	2,9	3	3,1	3,1	3	3	2,9	3	3,1	
3	3	3,1	3,1	2,9	2,9	3,1	3	3,1	2,9	3	3,1	3	3	2,8	3	3	3	3,2	3	3,1	3	3,1	3,2	2,9	3	3	2,9	2,9	2,9	3	
4	2,8	3,2	3	3	3,1	3,1	2,9	2,9	3,1	2,9	2,9	2,9	3	3	2,9	3,1	2,8	3	3,2	3	2,9	2,9	3	3	3	3	2,9	3	3	3,1	
5	3,1	3	3	2,9	2,8	3,1	3,1	2,8	3	2,9	3	3,1	3,1	3	3	3,1	3,1	3,1	3,2	3	2,9	2,9	3,1	3	3	3	3	3	2,9	3,1	
6	2,8	3,1	3	2,9	2,9	3,1	2,8	3	3,1	3	3	2,8	2,9	3	3	3	3,1	3	3	3	3	2,9	3,1	3	2,9	3	3	3	3	3,1	3
7	2,9	3	2,9	2,9	3	3	3,1	3	2,8	3,1	2,9	3,1	2,9	3	2,9	3	3,1	3	2,9	3,1	3,2	3,1	3,1	3	2,9	2,8	3	3,2	2,9	3	
8	3	3,1	3	2,8	3	3,1	3,1	3	3	3	2,9	3,2	3	2,9	2,8	3	3,2	3	3,1	3	3,2	2,9	3	3	3,1	3,1	2,8	3,2	3,1	3,1	
9	3,2	3,1	3,1	3,1	2,8	3	3	3,1	3	2,8	3	3	2,9	3	2,9	3	3	3,1	3,1	3,2	2,9	3	3,1	3,1	2,9	2,9	3,1	3,1	3	3	
10	3,1	3	2,9	2,9	3	3,1	2,9	3,1	3	2,9	3	3	2,9	3	3	2,9	2,9	2,8	3	3,2	3,1	3	3,1	2,8	3,1	3	3,1	2,9	3	3,1	
11	3	3	3	2,9	3	2,9	3	3,1	3	3,1	3	3	3,1	3	3,1	3	3,1	3,2	3,1	3,1	2,8	3	3	2,9	2,9	3,2	3,1	3,1	2,9	2,9	
12	3,1	2,9	3	3	2,8	2,9	3	3,1	2,9	3	3	3	2,9	2,9	3,1	3	2,8	3	3,1	3	3,2	3	3	3,1	3	3	3	3,1	3	3,1	
13	3,1	2,8	3	3,1	3,1	2,9	3,1	2,9	3	3	3	2,9	2,9	3	3	3,1	2,9	3,1	3	3	2,9	3	3	3	3,2	3	2,9	3	3	3	
14	3	2,9	2,9	2,9	3	3,1	3	3,1	2,8	3	2,9	3	3	3	3,1	2,9	3	2,9	3,1	3	3,1	3	2,8	3,1	2,9	2,9	3,1	2,9	2,8	3,2	
15	3,2	2,9	3	3	3,1	3	3,1	3,1	2,9	3	3,1	2,9	3	3	2,9	3	2,9	3	3	2,9	3,1	3	2,9	3,1	3	2,9	3,1	3,1	3	3,1	
16	3,1	3,1	3,1	3	3,2	3,1	2,9	3,1	2,9	3	3,1	3,2	2,8	3	3,2	3	2,9	2,9	2,9	2,9	2,8	3	3	3	3	2,9	2,8	2,8	3	3	
17	3,1	2,9	3	3	3	2,9	2,9	3,1	3,1	3	3,2	2,9	2,9	2,8	3	3,1	3,1	3,1	3	3	2,8	2,9	3	3	3,1	3	3	2,9	2,9	3,1	
18	3	2,9	3	2,9	3	3	3,2	2,9	3,1	2,9	3,1	2,9	3	3	3,1	3	3	3	2,9	3	3,1	3,1	3,1	3,2	2,8	3	2,9	3	3,1	2,9	
19	2,8	2,9	3	3,1	3	3,1	2,8	3,1	3	3	2,9	3	3,1	3	2,9	2,9	3	3	3,2	3,1	3	2,9	3,1	3	3,1	3	2,8	3,1	2,9	2,9	
20	2,8	3,2	2,9	3,1	3	2,9	3,1	3,1	3,1	3,2	2,9	3	3	2,9	2,8	2,9	3,1	3,1	2,9	3	3	3,1	3	3	3,1	2,9	3,1	3	3	3	
21	2,9	2,9	3	3	3	2,8	3	3	2,9	3	2,9	3,2	3,1	3	2,9	3,1	3	2,9	2,9	3,1	3	3,1	3,1	3	3,2	3,2	3	3,1	3,2	2,9	
22	3	3	3,1	2,8	2,8	3	3	3,2	3	3,1	2,9	3	2,9	3	3	3,2	3,1	2,9	2,9	2,8	3,1	3,2	3,1	2,8	3,1	3	3	3,2	3,1	3	
23	3	3	2,9	3	3	3	3	2,8	2,8	3	3	3,1	3	2,8	3	3	3	2,8	2,9	3,2	3	3	3	3,1	3,2	3,2	3,1	2,9	2,9	2,9	
24	2,9	2,8	3	3,1	3,1	2,9	3	3,1	3	3,2	3	3	2,9	3,1	3	2,9	3,2	2,9	3	3	3	3,1	2,9	3	3,1	3,1	3	2,9	2,9	3,1	
25	3	2,9	3	3	2,8	3	3	3,1	3	3	2,9	3,1	2,9	2,9	3,2	3,2	3,1	3,1	3,2	3	3	3,1	3	3,1	2,8	3,1	2,9	3	3	2,8	

Завдання для самостійного опрацювання до задачі № 8

Представте загальний алгоритм розв'язання задачі статистичного контролю якості продукції, не прив'язуючись до певного прикладу.

Творче завдання до задачі № 8

Підберіть такі вихідні дані до задачі статистичного контролю якості продукції авіаційного підприємства, щоб у випадку відсутності грубих погрішностей вони з'явилися, а при наявності – зникли. Обґрунтуйте рішення.

Питання для експрес-контролю якості засвоєння знань до задачі № 8

1. Яка основна мета методів статистичного контролю якості продукції?
2. Які вихідні дані необхідні для розв'язання задачі статистичного контролю якості продукції?
3. Що таке варіаційний ряд, для чого він будується?
4. Як побудувати полігон дискретного ряду, що він показує?
5. Як визначити середнє арифметичне значення вибірки?
6. Як визначити середнє квадратичне відхилення і дисперсію вибірки?
7. Як визначити коефіцієнт варіації вибірки, що він показує?
8. Як проводиться відсів грубих погрішностей?
9. Чи можна в задачі статистичного контролю якості продукції отримати від'ємну або дробову відповідь?
10. Де в авіаційній галузі знаходить прикладне застосування задача статистичного контролю якості продукції?

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Література основна

1. Вітлінський В.В., Терещенко Т.О., Савіна С.С. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація : навч. пос. Київ : КНЕУ, 2016. 303 с.
2. Клименко М.І., Панасенко Є.В., Стреляєв Ю.М., Ткаченко І.Г. Варіаційне числення та методи оптимізації : навч. посіб. Запоріжжя : ЗНУ, 2015. 84 с.
3. Математичні методи дослідження операцій : підручник / Є.А. Лавров, Л.П. Перхун, В.В. Шендрик та ін. Суми : Сумський державний університет, 2017. 212 с.

Література додаткова

4. Бредюк В.І., Джоші О.І. Економіко-математичне моделювання в середовищі табличного процесора MS Excel : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2015. 242 с.
5. Харченко В.П., Шмельова Т.Ф., Сікірда Ю.В. Прийняття рішень оператором аеронавігаційної системи : монографія. Кіровоград : Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, 2012. 292 с.
6. Харченко В.П., Шмельова Т.Ф., Сікірда Ю.В. Прийняття рішень в соціотехнічних системах : монографія. К. : Національний авіаційний університет, 2016. 308 с.
7. Socio-Technical Decision Support in Air Navigation Systems : Emerging Research and Opportunities : manuscript / T. Shmelova, Yu. Sikirda, N. Rizun, A.-B. M. Salem, Yu. Kovalyov. IGI Global book series Advances in Mechatronics and Mechanical Engineering (AMME). USA, Hershey : IGI Global, 2018. 305 p.

Додаток А
Таблиця значень критерію Ст'юдента

Таблиця А.1 – Таблиця значень критерію Ст'юдента

Ступень свободи, ν	Рівень значимості, α							
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.0150	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.832	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.780
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869
11	1.363	1.795	2.201	2.718	3.105	3.496	4.024	4.437
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0845	3.4284	3.929	4.178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.1123	3.3725	3.852	4.220
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.976	3.3257	3.787	4.140
15	1.3406	1.7530	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.732	4.072
16	1.3360	1.7450	2.1190	2.5830	2.9200	3.2520	3.6860	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5668	2.8982	3.2224	3.6458	3.965
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5514	2.8784	3.1966	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.08600	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518	3.8495
21	1.3230	1.7200	2.0790	2.5170	2.8310	3.1350	3.5270	3.8190
22	1.3212	1.7117	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.1040	3.4850	3.7676
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.0905	3.4668	3.7454
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.4502	3.7251
26	1.315	1.705	2.059	2.478	2.778	3.0660	3.4360	3.7060
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.4210	3.6896
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.0469	3.4082	3.6739
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.0360	3.3962	3.8494
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.0298	3.3852	3.6460